

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области

«Новокуйбышевский гуманитарно-технологический колледж»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине **Математика: алгебра и начала математического анализа,
геометрия**

программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности

19.02.10 Технология продукции общественного питания

ОДОБРЕНО
на заседании ПЦК
Председатель ПЦК
Н.П. Свириденко

СОГЛАСОВАНО
1-й зам.директора
О.С. Макарова

Разработчик:

ГАПОУ «НГТК» преподаватель Фролова Инна Геннадьевна

Рецензенты: ГАПОУ «НГТК» председатель ПЦК Н.П. Свириденко
(место работы) (занимаемая должность) (ФИО)

(место работы) (занимаемая должность) (ФИО)

Дата актуализации	Результат актуализации	Подпись разработчика

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка.....	4
2. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств.....	5
3. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке..	7
4. Оценка освоения учебной дисциплины.....	16
4.1. Формы и методы оценивания.....	16
4.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.....	19
5. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине.....	28

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (ФОС) учебной общеобразовательной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» – совокупность методических материалов, форм и процедур текущего контроля знаний, промежуточной аттестации, обеспечивающих оценку соответствия образовательных результатов (умений, знаний, компетенций) обучающихся требованиям ФГОС СПО.

ФОС по учебной общеобразовательной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» сформирован из комплектов контрольно-оценочных средств (далее - комплекты КОС), созданных в соответствии с рабочей программой данной дисциплины.

ФОС по учебной общеобразовательной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» сформирован в рамках программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 19.02.10 Технология продукции общественного питания.

Нормативными основаниями проведения оценочной процедуры являются требования ФГОС СПО по специальности 19.02.10 Технология продукции общественного питания, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.04.14 г. рег. № 384, рабочая программа учебной дисциплины, Положение о текущем контроле знаний, промежуточной аттестации и переводе обучающихся на следующий курс, утвержденное приказом по ГАПОУ «НГТК» от «09» июля 2016 г. № 178-У.

2. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной общеобразовательной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности 19.02.10 Технология продукции общественного питания следующими умениями, знаниями, которые формируют общие компетенции.

Знать:

З-1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

З-2. Знание практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа; создания математического анализа; возникновения и развития геометрии.

З-3. Универсальный характер законов развития математических рассуждений; их применимость во всех областях человеческой деятельности.

З-4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира

Уметь:

У-1. выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

У-2. находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

У-3. выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

У-4. вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

У-5. определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

У-6. строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

У-7. использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

У-8. находить производные элементарных функций;

У-9. использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

- У-10.применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- У-11.вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- У-12.решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- У-13.использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- У-14.изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- У-15.составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
- У-16.решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- У-17.вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- У-18.распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- У-19.описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;
- У-20.анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- У-21.изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- У-22.строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- У-23.решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- У-24.использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- У-25.проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

- **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

для описания при помощи функций различных зависимостей, представления

их графически, интерпретаций графиков;

для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

для построения и исследования простейших математических моделей.

для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.

для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Развивать способности для формирования общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Формой аттестации по учебной дисциплине является **экзамен**.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
Знания:		
<p>З-1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</p>	<p>Знает материал в общих чертах; математические методы решения практических задач; может применять математические методы для решения практических задач.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>
<p>З-2. Знание практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа; создания математического</p>	<p>Знает основные методы решения; основные математические методы решения типовых прикладных задач; приемы решения прикладных задач в профессиональной деятельности.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.</p>

анализа; возникновения и развития геометрии.		
3-3. Универсальный характер законов развития математических рассуждений; их применимость во всех областях человеческой деятельности.	Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
3-4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира	Знает определения и формулы; знает основные методы решения типовых задач; знает область применения.	Устный опрос. Задачи. Тесты. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Реферат. Презентации. Исследовательская работа.
Умения:		
У-1 Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;	Умеет использовать основные приемы, основные понятия и формулы; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Самостоятельная работа. Контрольная работа.

<p>У-2.Находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;</p>	<p>Дает определения основных понятий, умеет использовать приемы, применять основные приемы и основные формулы.</p>	<p>Устный опрос. Самостоятельная работа. Контрольная работа. Исследовательская работа.</p>
<p>У-3.Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;</p>	<p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа</p>
<p>У-4.Вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции</p>	<p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа</p>
<p>У-5.Определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках</p>	<p>Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.</p>	<p>Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа</p>

У-6. Строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа Исследовательская работа.
У-7. Использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-8. Находить производные элементарных функций;	Умеет использовать формулы, решать задачи, опираясь на теоретический материал: решать практическую задачу, изученными методами.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-9. Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;	Может дать определение основных понятий, умеет использовать формулы, выполняет построение графика.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-10. Применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера нахождение наибольшего и наименьшего значения;	Умеет использовать формулы, применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-11. Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;	Умеет использовать формулы, применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.

У-12. Решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;	Умеет использовать формулы, применять методы решения; решать задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-13. Использовать графический метод решения уравнений и неравенств;	Имеет понятие о решении графическим методом, решает простейшие уравнения и неравенства; задачи прикладного характера.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-14. Изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;	Ориентируется на координатной плоскости; изображает решения на координатной плоскости; решает задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
У-15. Составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.	Уметь анализировать текст задачи, решать задачу по предложенному алгоритму; самостоятельно определяет алгоритм решения.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-16. Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;	Может дать анализ элементарных сочетаний, умеет использовать формулы; самостоятельно решает задачи с применением формул и основных понятий комбинаторики.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-17. Вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе	Дает анализ вероятности, умеет использовать формулы, решать практические задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа.

подсчета числа исходов;		Контрольная работа
У-18. Распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;	Узнавать объекты в пространственном изображении, ссылаться на теоремы и аксиомы стереометрии; применять полученные знания при решении задач.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-19. Описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;	Указывать взаимное расположение прямых и плоскостей, ссылаться на теоремы и аксиомы стереометрии; применять полученные знания при решении задач.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-20. Анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;	Узнавать объекты в пространственном изображении; находить линии пересечения и точки пересечения объектов; решать задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-21. Изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;	Умеет дать изображение основных геометрических фигур; выполнять чертежи к задаче; дать пояснения в ходе решения задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-22. Строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;	Дает определение сечению; строит простейшие сечения; решает задачи с применением сечения.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа
У-23. Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин,	Может выбрать для решения правильную формулу; умеет использовать формулу; решает задачи, получает правильный ответ.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа

углов, площадей, объемов);		
У-24.Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;	Может выбрать для решения правильную формулу; умеет использовать формулу; решает задачи.	Устный опрос. Задачи. Самостоятельная работа. Контрольная работа.
ОК1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес	Демонстрация интереса к будущей профессии в процессетеоретического и производственного обучения, производственной практики.	
ОК2. Организовывать собственную деятельность, исходя из целей и способов ее достижения, определенных руководителем.	Умение организовать свою деятельность, для достижения цели, поставленной руководителем.	
ОК3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы	Умение анализировать рабочую ситуацию и находить оптимальное количество решений, вносить коррекцию в собственные результаты. Умение четкого и точного изложения собственной точки зрения, ее убедительное отстаивание.	
ОК 4. Осуществлять	Умение пользоваться основной и	

<p>поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач</p>	<p>дополнительной литературой; оперативность поиска необходимой информации, обеспечивающей наиболее быстрое, полное и эффективное выполнение профессиональных задач; владение различными способами поиска информации; адекватность оценки полезности информации; используемость найденной для работы информации в результативном выполнении профессиональных задач, для профессионального роста и личностного развития;</p>	
<p>ОК5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.</p>	<p>Умение оперативного поиска информации, необходимой для наиболее быстрого, полного и эффективного выполнения профессиональных задач; для профессионального роста и личностного развития. Владение информационно-коммуникационными технологиями для решения не типовых профессиональных задач.</p>	
<p>ОК6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.</p>	<p>Взаимодействие с обучающимися, преподавателями и мастерами в ходе обучения на принципах толерантного отношения; эффективное, бесконфликтное взаимодействие в учебном коллективе и бригаде; соблюдение этических норм общения при взаимодействии с учащимися, преподавателями, мастерами и руководителями практики;</p>	

	соблюдение принципов профессиональной этики.	
--	--	--

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия», направленные на формирование общих компетенций.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
Тема 1. Повторение базисного материала курса алгебры неполной средней школы	Устный опрос. Вводный контроль.	У1, З1, З2, ОК1, ОК2.	Зачет по повторению	У1, З1, З2, ОК1, ОК2.		
Тема 2. Развитие понятия о числе.	Устный опрос. Самостоятельная работа. №1 Зачет	У1, З1, З2, ОК1, ОК2.				
Тема 3. Корни, степени и логарифм	Устный опрос	У2, У3, З2, ОК1,	Контрольная работа	У2, У3, З2, ОК1, ОК2		

Ы	Контрольная работа №1. Самостоятельная работа.	ОК2				
Тема 4. Основы тригонометрии	Устный опрос Контрольная работа №1. Самостоятельная работа.	У3, У12, У13, 33, ОК2, ОК4	Контрольная работа №2	У3, У12, У13, 33, ОК2, ОК4		
Тема 5. Функции, их свойства и графики	Устный опрос Самостоятельная работа. Контрольная работа №1	У7, У6, У5, У4, ОК2, ОК1, 33	Контрольная работа №2	У7, У6, У5, У4, ОК2, ОК1, 33		
Тема 6. Начала математического анализа	Устный опрос. Самостоятельная работа. Контрольная работа №1 Тестирование	У8, У9, У20, У10, У11, 32, 33, ОК4	Контрольная работа №2	У8, У9, У20, У10, У11, 32, 33, ОК4		
Тема 7. Уравнения и неравенства	Устный опрос. Провер	У12, У13, У15, 33, ОК1, ОК4.	Контрольная работа №3.	У12, У13, У15, 33, ОК1, ОК4.		

	очная работа. Контрольная работа №1. Самостоятельная работа.					
Тема 8. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей.	Устный опрос Самостоятельная работа. Контрольная работа №1	У16У17, 34. ОК1, ОК2.	Контрольная работа	У16У17, 34. ОК1, ОК2.		
Тема 9. Прямые и плоскости в пространстве	Устный опрос Самостоятельная работа. Контрольная работа №1	У18,У19,32, ОК4,ОК2.		У18,У19,32, ОК4,ОК2		
Тема 10. Многогранники.	Устный опрос. Тестирование Контрольная работа №1	У21,У22,У23,32,ОК2,ОК4		У21,У22,У23,32,ОК2, ОК4		
Тема 11. Тела и поверхности вращения	Устный опрос Тестирование Самост	У22,У24,32, ОК4		У22,У24,32, ОК4		

	оательная работа. Контрольная работа №1					
Тема 12. Измерения в геометрии..	Устный опрос Самостоятельная работа.	У25,У24,32, ОК4	Контрольная работа	У25,У24,32, ОК4	Дифференцированный зачет.	У1,У2,У3,У4, У5, 31,32, 33,34, 35, 36, 37, 38. ОК 1, ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 5, ОК 6, ОК 7.
Тема Итоговая работа	Зачет за 2 курс.	У1-У25,31-34;ОК1-ОК4	Экзаменационная работа.	У1-У25,31-34;ОК1-ОК4	экзамен	

Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины
Типовые задания для оценки знаний 31, 32, 33, 34
умений У 1, У 2, У 3, У 4, У
5,У6,У7,У8,У9,У10,У11,У12,У13,У14,У15,У16,У17,У18,У19,У20,У21,У2
2,У23,У24,25

Итоговый зачёт – 2 курс

Данная проверочная работа рассчитана на 1 урок, учащиеся выполняют работу на 4 варианта, в каждый из которых входят по 5 заданий.

Критерии оценки.

Первое, второе и третье задания - по 2 балла, четвертое и пятое задания - по 3 балла. Если допущена вычислительная ошибка или не точно выполнены чертежи, то задание оценивается на 1 балл ниже. Зачет - не менее 8 баллов.

Цель проведения данной проверочной работы: оценить знания учащихся и выявить пробелы по основным темам математики за 2 курс.

Вариант 1

1. Решить неравенство $\frac{(2x-1)(4x+7)}{8-x} \leq 0$.
2. Решить уравнение $\sqrt{2} \sin 2x + 1 = 0$.
3. Найти все первообразные функции $f(x) = 5x^4 - 6x^3 - 2x + 7$.
4. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. Найти площадь поверхности шара.
5. Решить уравнение $\log_5 \frac{1-2x}{x+3} = 1$.

Вариант 2

1. Решить неравенство $\frac{(2-5x)(3x+6)}{x+5} \geq 0$.
2. Решить уравнение $\sqrt{2} \cos 2x - 1 = 0$.
3. Найти все первообразные функции $f(x) = 9x^5 - 4x^3 + 8x^2 - 4x - 11$.
4. Найти объём тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг большей стороны.
5. Решить неравенство $2^{x^2} \leq 32$.

Вариант 3

1. Вычислить $27^{\frac{1}{2} \log_3 5}$.
2. Найти все целые решения неравенства $0,2 \leq 5^{x-3} \leq 125$.
3. К графику функции $f(x) = 2x^2 + 5x - 1$ проведена касательная с угловым коэффициентом 9. Найти координаты точки касания.
4. Вершины некоторого многогранника являются центрами пяти граней куба. Как называется этот многогранник? Сделать рисунок и отметить равные рёбра этого многогранника.
5. Решить неравенство $\frac{\lg x + 1}{4x - 1} < 0$.

Вариант 4

1. Вычислить $8^{\frac{1}{3} \log_2 7}$.
2. Найти все целые решения неравенства $0,25 \leq 4^{x+3} \leq 64$.
3. Дана функция $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$. Найти координаты точки её графика, в которой касательная к нему имеет угловой коэффициент, равный 3.
4. Вершинами многогранника являются середины боковых рёбер и центр основания правильной четырёхугольной пирамиды. Как называется этот многогранник? Сделать рисунок и отметить равные рёбра этого многогранника.
5. Решить уравнение $\sqrt{1 + 4x - x^2} = x - 1$.

Итоговый экзамен

1 вариант экзаменационной работы

для проведения письменного экзамена по математике

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный ответ

1.(1 балл) Учебник стоит 60 рублей. Определите, сколько таких учебников можно купить за 200 рублей, если его цена снизилась на 10 %.

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в кабинете математики площадью $5 \times 7 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 грамм краски.

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 5x - 2$

A(2;8); B(0;1); C(3;7), D(0;-2).

4.(1 балл) Вычислите значение выражения $4^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{2}{3}} + \sqrt{16}$.

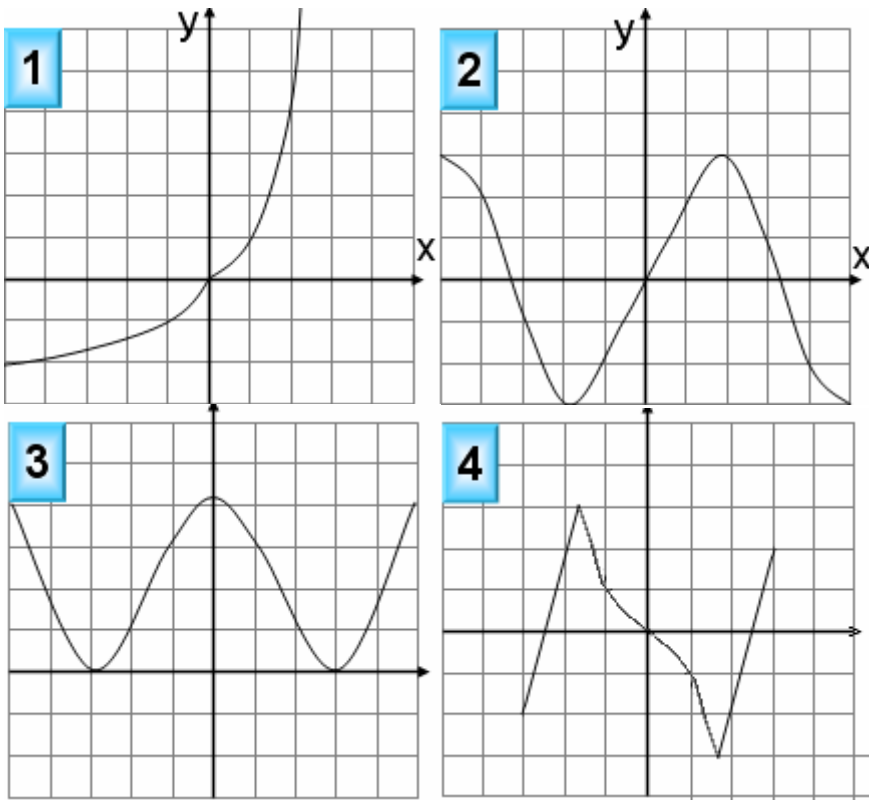
5. (1 балл) Найдите значение $\cos a$, если известно, что $\sin a = \frac{1}{2}$ и $0 < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение $2^{4x+1} = 16^{2x}$.

7.(1 балл) Вычислите значение выражения $\log_3 27 + \log_5 25 + \lg 100 + \lg 1$.

8. (1 балл) Решите уравнение $\log_2(3 - x) = 0$.

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует четной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции $y=f(x)$ (см.рис. ниже), определите и запишите ответ:

10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12.(1 балл) при каких значениях $xf(x) \gg 0$.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 8 метров к зданию, высота которого 4 метра натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.

14.(1 балл) Тело движется по закону $S(t)= 2x^2-7x+3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 21.

15.(1 балл) Найдите область определения функции $y = \text{Lg}(x^2-2x)$.

16. (1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{3}\sqrt{x-5} = 4$

17.(1 балл) Решите уравнение $\cos^2 x + \sin x = -\sin^2 x$

18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами с катетами 2 см и 4 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19.Найдите промежутки убывания функции $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 225$.

20.(3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 14 см и углом 30° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

21. (3 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_5 x - \log_5 y = \log_5(y + 3) \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

22.(3 балла) Найдите решение уравнения : $1 + \cos x + \cos 2x = 0$

2 вариант экзаменационной работы

для проведения письменного экзамена по математике

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный

1.(1балл) Блокнот стоит 40 рублей. Какое наибольшее количество таких блокнотов можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 15%?

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в актовом зале площадью $10 \times 7 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 грамм краски.

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 4x - 2$.

А(10;2); В(2;6); С(3;4), Д(0;-2).

4.(1 балл) Вычислите значение выражения $25^{\frac{1}{2}} + 5^2 + \sqrt{625}$.

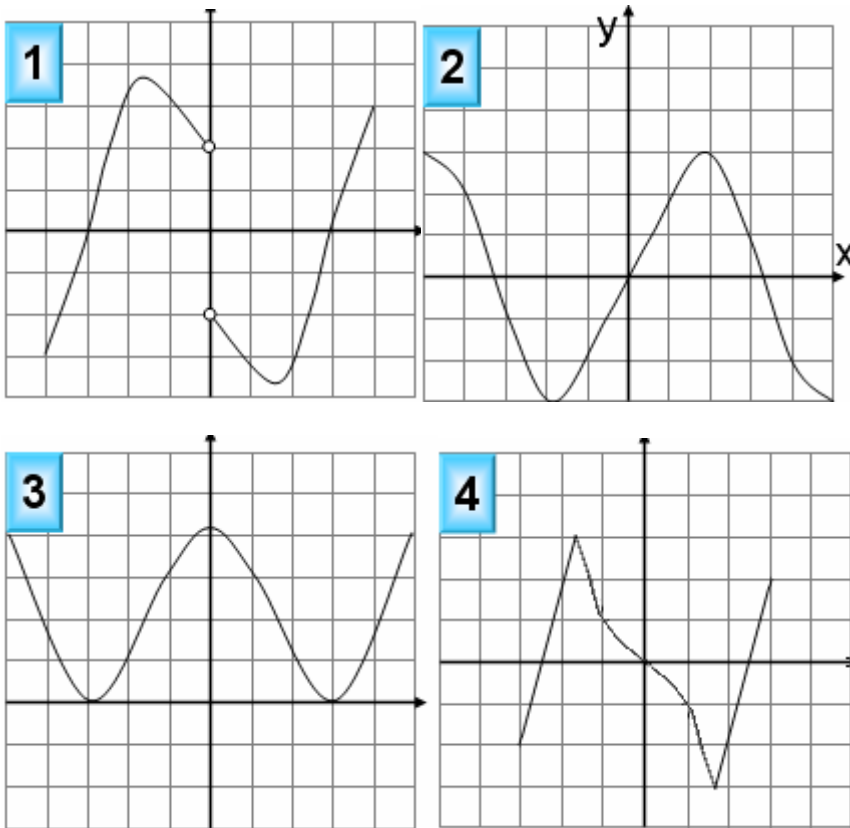
5. (1 балл) Найдите значение $\cos a$, если известно, что $\sin a = \frac{3}{5}$ и $0 < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение $3^{5x+1} = 9^{2x}$.

7.(1 балл) Вычислите значение выражение $\log_2 32 + \lg 1 + \log_3 9 + \lg 100$.

8. (1 балл) Решите уравнение $\log_3(5 + 2x) = 1$.

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует четной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции $y=f(x)$ (см.рис. ниже), определите и запишите ответ:

10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12.(1 балл) при каких значениях $x f(x) \gg 0$.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 8 метров к зданию, высота которого 2 метра натянута кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 8 метров.

14. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = 2x^2 + x + 4$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 59.

15. (1 балл) Найдите область определения функции $y = \lg(6x^2 - 2x)$.

16. (1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{3}\sqrt{x+4} = 9$

17. (1 балл) Решите уравнение $\cos^2 x = -\sin^2 x - \sin x$.

18. (1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. Найдите промежутки убывания функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$.

20. (3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 16 см и углом 60° . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

21. (3 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2. \end{cases}$$

22. (3 балла) Найдите решение уравнения: $1 - \cos 2x = 2 \sin x$.

3 вариант экзаменационной работы

для проведения письменного экзамена по математике

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный

1.(1 балл) Пачка сливочного масла стоит 25 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько пачек масла сможет купить пенсионер за 100 рублей?

2.(1 балл) Определите, сколько банок краски по 2 кг необходимо купить для покраски пола в спортивном зале площадью $20 \times 7 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 грамм краски .

3.(1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 2x + 2$.

A(0;2); B(0;1); C(-2;-2), D(0;2)

4.(1 балл) Вычислите значение выражения $3^2 + \sqrt{81} + 27^{\frac{1}{3}}$.

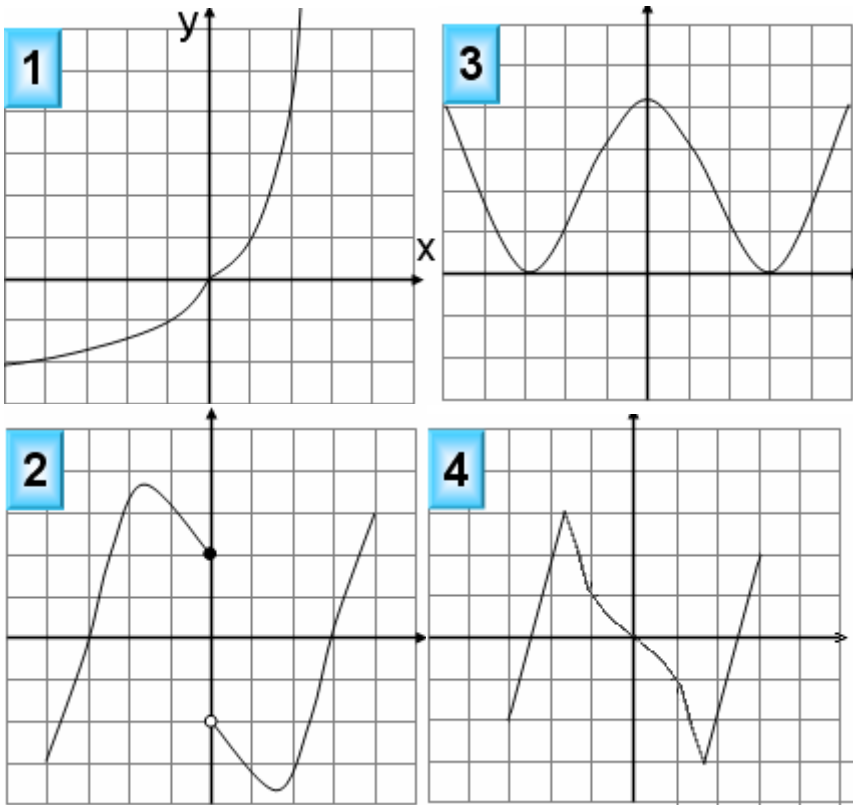
5. (1 балл) Найдите значение $\sin a$, если известно, что $\cos a = 0,6$ и $0 < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение $2^{2x-1} = 4^{3x}$.

7.(1 балл) Вычислите значение выражения $\log_2 8 + \lg 1 + \log_4 64 + \lg 100$

8. (1 балл) Решите уравнение $\log_4(x + 3) = 2$.

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует нечетной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции $y=f(x)$ (см.рис. ниже), определите и запишите ответ:

10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12.(1 балл) при каких значениях $xf(x) \gg 0$.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 10 метров к зданию, высота которого 6 метра натянут кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.

14.(1 балл) Тело движется по закону $S(t)= 5t^2 - 3t + 3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 17.

15.(1 балл) Найдите область определения функции $y= \text{Lg} (3x^2 - 6)$.

16. (1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{2}\sqrt{x-8} = 3$.

17.(1 балл) Решите уравнение $-\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$

18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами с катетами 4 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего.

Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. Найдите промежутки убывания функции $y = 3x^5 - 5x^3$

20. (3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 11 см и углом 60° . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

21. (3 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_3(x - y) = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

22. (3 балла) Найдите решение уравнения: $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

4 вариант экзаменационной работы

для проведения письменного экзамена по математике

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-8 запишите ход решения и полученный ответ

1. Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 650 рублей после понижения цены на 20%?

2. Определите, сколько банок краски по 3 кг необходимо купить для покраски пола в кабинете математики площадью $5 \times 7 \text{ м}^2$, если на 1 м^2 расходуется 300 грамм краски.

3. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 3x - 2$.

A(0; -2); B(0; 1); C(3; 4), D(1; 1).

4. (1 балл) Вычислите значение выражения $2^2 + \sqrt{64} + 4^{\frac{3}{2}}$.

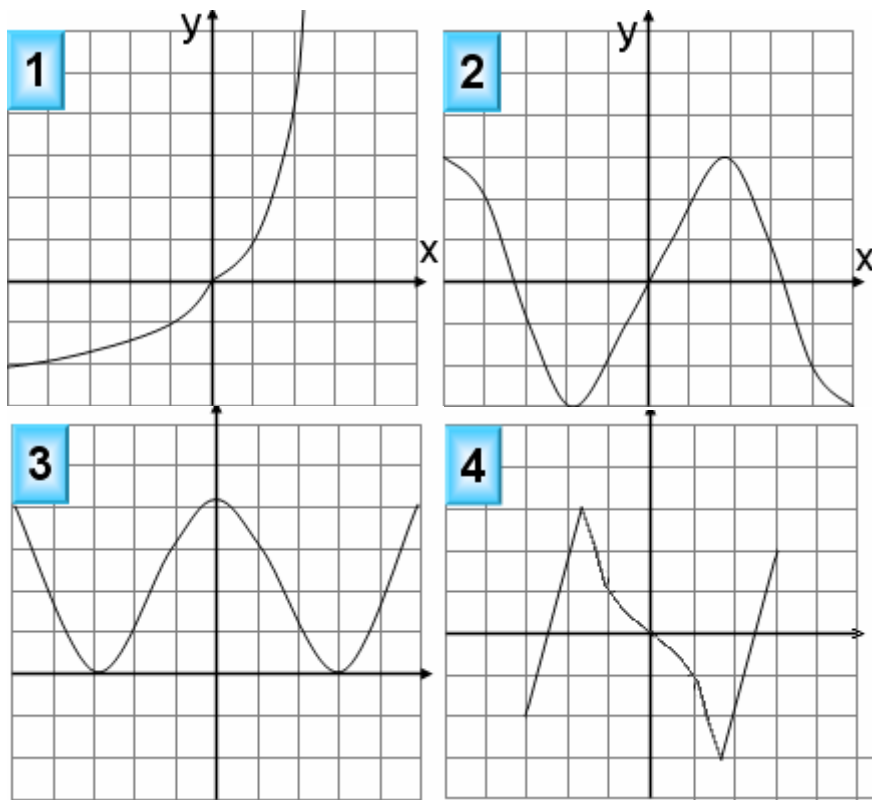
5. (1 балл) Найдите значение $\cos a$, если известно, что $\sin a = \frac{4}{5}$ и $\pi < a < \frac{\pi}{2}$

6.(1 балл) Решите уравнение $5^{4x+1} = 25^x$.

7.(1 балл) Вычислите значение выражения $\lg 1 + \log_3 27 + \log_6 36 + \lg 1000$.

8.(1 балл) Решите уравнение $\log_4(3 - x) = 2$

9.(1 балл) Определите, какой из ниже приведенных графиков соответствует нечетной функции. Отметьте его знаком «+» и кратко поясните, почему.



Используя график функции $y=f(x)$ (см.рис. ниже), определите и запишите ответ:

10.(1 балл) наименьшее и наибольшее значения функций;

11.(1 балл) промежутки возрастания и убывания функций;

12.(1 балл) при каких значениях $xf(x) \gg 0$.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ

13. (1 балл) От электрического столба высотой 11 метров к зданию, высота которого 7 метров натянута кабель. Определите длину кабеля, если расстояние между зданием и столбом 3 метра.

14.(1 балл) Тело движется по закону $S(t) = 4t^2 - t + 5$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 19.

15.(1 балл) Найдите область определения функции $y = \text{Lg}(5x^2 - 10)$.

16. (1 балл) Решите уравнение $\frac{1}{4}\sqrt{x-2} = 2$.

17.(1 балл) Решите уравнение $\cos^2 x + \sin x = -\sin^2 x$.

18.(1 балл) Прямоугольный треугольник с катетами с катетами 1 см и 5 см в первый раз вращается вокруг большого катета, а во второй – вокруг меньшего. Определите полученные геометрические тела и сравните площади их боковых поверхностей.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. Найдите промежутки убывания функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

20.(3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 15 см и углом 60° . Меньшее из диагоналей сечения призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

21. (3 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 4 \\ \lg x - \lg y = 2. \end{cases}$$

22.(3 балла) Найдите решение уравнения : $\cos^2 x = \cos x + 2$.

Критерии оценки итоговой работы:

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	9–14
«4» (хорошо)	15–20 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21–30 (не менее двух заданий из дополнительной части)

Входной контроль

Вариант 1

1. Решить уравнение: $2x^2 + 3x - 5 = 0$.
 2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x - y = 3, \\ 3x - 2y = 0. \end{cases}$$
 3. Решить неравенство: $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$.
 4. Найти 15% от числа 80.
 5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:
 $(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$.
-

Входной контроль

Вариант 2

1. Решить уравнение: $5x^2 - 7x + 2 = 0$.
 2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x + 2y = 0. \end{cases}$$
 3. Решить неравенство: $5 + x > 3x - 3(4x + 5)$.
 4. Найти 45% от числа 90.
 5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:
 $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2)$.
-

Приложения.

Входной контроль

Вариант 3

1. Решить уравнение: $3x^2 - 5x - 2 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + 5y = 7, \\ 3x + 2y = -5. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $3(3x - 1) > 2(5x - 7)$.
4. Найти 40% от числа 120.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{7,2 \cdot 10^{-1}}{1,2 \cdot 10^{10}} \cdot \cdot$$

Входной контроль

Вариант 4

1. Решить уравнение: $2x^2 - 7x + 3 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 3x + y = 7. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $5(x + 4) > 2(4x - 5)$.
4. Найти 30% от числа 240.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{6,4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 10^{14}} .$$

ОТВЕТЫ к проверочной работе по входному контролю

№ варианта	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	-2,5; 1	(2;3)	$x < -9$	12	$3,6 \cdot 10^{-4} = 0,00036$
2	0,4; 1	(-2;5)	$x > -2$	40,5	$6,4 \cdot 10^{-3} = 0,0064$
3	$-\frac{1}{3}; 2$	(-3;2)	$x < 11$	48	$6 \cdot 10^{-11} = 0,000000000006$
4	0,5; 3	(2;1)	$x < 10$	72	$0,8 \cdot 10^{-2} = 0,008$

ЗАЧЁТ по повторению

Вариант 1

1. Решить уравнение: $3x^2 + 8x - 3 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = 16. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $2x - 3(x + 1) > 2 + x$.
4. Найти 15% от числа 70.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^{-1}).$$

ЗАЧЁТ по повторению

Вариант 2

1. Решить уравнение: $5x^2 - 7x + 2 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + 3y = -7, \\ x - y = 4. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $25 - x > 2 - 3(x - 6)$.
4. Найти 25% от числа 120.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:
 $(1,4 \cdot 10^{-5}) \cdot (3 \cdot 10^2)$.

ЗАЧЁТ по повторению

Вариант 3

1. Решить уравнение: $9x^2 - 6x + 1 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - y = 13, \\ 2x + 3y = 9. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $2(x - 1) > 5x - 4(2x + 1)$.
4. Найти 60% от числа 120.
5. Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{3,6 \cdot 10^{-1}}{1,2 \cdot 10^3}.$$

ЗАЧЁТ по повторению

Вариант 4

1. Решить уравнение: $6x^2 - 7x + 1 = 0$.
2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 3x + y = 7. \end{cases}$$
3. Решить неравенство: $2(1 - x) \geq 5x - (3x + 2)$.
4. Найти 20% от числа 150.

Выполните действие, и результат запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{9,6 \cdot 10^{-2}}{2,4 \cdot 10^3}$$

ОТВЕТЫ к проверочной работе ***ЗАЧЁТ по повторению***

№ варианта	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5

1	$3; \frac{1}{3}$	(3;2)	$x < -2,5$	10,5	$4,8 \cdot 10^{-4} = 0,00048$
2	0,4; 1	(1;-3)	$x > -2,5$	30	$4,2 \cdot 10^{-3} = 0,0042$
3	$\frac{1}{3}$	(2;1)	$x > -\frac{2}{5}$	72	$3 \cdot 10^{-4} = 0,0003$
4	$1; \frac{1}{6}$	(2;1)	$x \leq 0$	30	$4 \cdot 10^{-5} = 0,00004$

Самостоятельная работа №1

М.И.Башмаков Москва изд. Дом «Академия» 2013г стр.19 №1.29А

ЗАЧЁТ:

Действительные и комплексные числа

ВАРИАНТ 1

1. Дайте определение действительных чисел.
2. Дайте определение абсолютной погрешности приближённого числа.
3. Вычислить:

$$\left(\frac{5}{6} - 0,75 \right) \left[\left(\frac{7}{18} : \frac{14}{27} \cdot \frac{7\frac{2}{3} - 6\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{14}}{8\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} - 1\frac{1}{6}} - 0,25 \right) \right] + \frac{13}{8}.$$

4. При взвешивании купленного риса получилось 3,5 кг, причём известно, что предельная абсолютная погрешность равна 14 г. Определить предельную относительную погрешность и границы истинного значения (А) массы купленного риса.
5. Найти значение выражения $\frac{c}{b}$, если

$$b = \frac{4}{\sqrt{3}-i}; \quad c = 2\sqrt{3} + 2i.$$

ЗАЧЁТ:

Действительные и комплексные числа

ВАРИАНТ 2

1. Дайте определение комплексных чисел.
2. Дайте определение относительной погрешности приближённого числа.
3. При взвешивании купленного винограда получилось 6,6 кг, причём известно, что предельная абсолютная погрешность равна 33 г. Определить предельную относительную погрешность и границы истинного значения (А) массы купленного винограда.

4. Вычислить:

$$4.5: \left[47,375 - \left(26\frac{1}{3} - 18 \cdot 0,75 \right) \cdot 2,4 : 0,88 \right]$$

$$17,81 : 1,37 - 23\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}$$

5. Найти значение выражения $\frac{c}{b}$, если

$$b = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}; \quad c = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i .$$

ОТВЕТЫ к ЗАЧЁТУ «Действительные и комплексные числа»

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	Совокупность всех рациональных и всех иррациональных чисел образует множество действительных чисел.	Числа вида $z=a+bi$, где a и b – действительные числа и $i^2=-1$ называются комплексными числами.
2	Величина $\Delta_a= A - a $, где A – точное значение числа; a – его приближённое значение, называется абсолютной величиной погрешности числа a .	$\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a }$ Относительной погрешностью числа называется отношение абсолютной погрешности к абсолютной величине приближённого значения.
3	1) $A=3,5$ кг $\Delta=14$ г; $\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a } = \frac{14}{3500} = \frac{1}{250} = 0,004$ $= (0,4\%)$. 2) Истинное значение массы $A=3500$ г (± 14 г) или $A=3500$ г ($\pm 0,4\%$)	1) $A=6,6$ кг $\Delta=33$ г; $\delta_a = \frac{\Delta_a}{ a } = \frac{33}{6600} = \frac{1}{200} = 0,005$ $= (0,5\%)$. 2) Истинное значение массы $A=6600$ г (± 33 г) или $A=6600$ г ($\pm 0,5\%$)
4	2	4
5	$\frac{c}{b} = \frac{2\sqrt{3}+2i}{\frac{4}{\sqrt{3}-i}} = \frac{(2\sqrt{3}+2i)(\sqrt{3}-i)}{4} =$ $\frac{6-2\sqrt{3}i+2\sqrt{3}i-2i^2}{4} =$ $= \frac{6+2}{4} = 2.$	$\frac{c}{b} = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{\frac{2\sqrt{2}}{1-i}} = \frac{-\sqrt{2}(1+i)(1-i)}{2\sqrt{2}} = \frac{-(1-i^2)}{2} =$ $= \frac{-2}{2} = -1.$

Самостоятельная работа №1.

М.И.Башмаков Москва изд. Дом «Академия» 2013г стр.40 .№2.29А;

Контрольная работа «ЛОГАРИФМЫ»

Вариант 1

1. Вычислите $5^{0,5 \log_5 25}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{3x+1}{x-1}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_2(4x - 1) = 3$;

б) $\log_7 2 = 1 - \log_7(5 - x)$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_5(1 - 4x) \leq 2$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 3) > -3$.

Вариант 2

1. Вычислите $5^{2 \log_5 4}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{4x-1}{x+2}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_4(2x - 1) = 2$;

б) $\log_2(2x + 3) = \log_2 4 + 1$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_3(2 - 3x) \geq 2$;

б) $\log_{\frac{1}{5}}(x + 1) > -2$.

Вариант 3

1. Вычислите $6^{2\log_3 7}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{5x-2}{3x+1}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_5(6x - 1) = 2$;

б) $\log_3(4x + 5) = \log_3 9 + 1$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_4(2 - 5x) \geq 3$;

б) $\log_{\frac{1}{6}}(x - 1) > -1$.

Вариант 4

1. Вычислите $3^{0,5\log_3 9}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{x-5}{2x+7}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_3(7x - 2) = 2$;

б) $\log_7(2x + 5) = \log_7 49 + 2$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_4(5 - x) \geq 0$;

б) $\log_{\frac{1}{4}}(3x - 1) > -1$.

Вариант 5

1. Вычислите $8^{0,5\log_8 64}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{7-x}{3x+1}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_{\frac{1}{4}}(x - 2) = -2$;

б) $\log_5(2x - 3) = \log_5 25 - 2$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_9(3 - x) \leq 0$;

б) $\log_{\frac{1}{7}}(3x - 1) < -1$.

Вариант 6

1. Вычислите $11^{0,5 \log_{11} 121}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{5 - 2x}{3x - 1}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = -3$;

б) $\log_8(2x - 3) = \log_8 1 - 1$.

4. Решите неравенства:

а) $\log_4(8 - x) \leq 2$;

б) $\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) < 0$.

Вариант 7

1. Вычислите $12^{0,5 \log_{12} 144}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{6 + 2x}{4x - 1}$.

3. Решите уравнения:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = -4$;

$$\text{б) } \log_3(x - 3) = \log_3 27 - 1.$$

4. Решите неравенства:

$$\text{а) } \log_5(5 - x) \leq 2;$$

$$\text{б) } \log_{\frac{1}{9}}(x + 3) < -1.$$

Вариант 8

1. Вычислите $13^{0,5 \log_3 169}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{3+2x}{9x-1}$.

3. Решите уравнения:

$$\text{а) } \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = 0;$$

$$\text{б) } \log_3(x + 9) = \log_3 81 - 3.$$

4. Решите неравенства:

$$\text{а) } \log_5(x - 6) \leq 2;$$

$$\text{б) } \log_{\frac{1}{9}}(x + 5) > -2.$$

Вариант 9

1. Вычислите $7^{2 \log_4 9}$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{x-9}{2x+1}$.

3. Решите уравнения:

$$\text{а) } \log_8(5x - 2) = 1;$$

$$\text{б) } \log_6(x + 5) = \log_6 36 + 1.$$

4. Решите неравенства:

$$\text{а) } \log_5(3 - x) \geq 0;$$

Ответы к контрольной работе №9 «Логарифмы»

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9
1	5	4	7	3	8	11	12	13	9
2	$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; \infty)$	$(-\infty; -2) \cup (\frac{1}{4}; \infty)$	$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (0,4; \infty)$	$(-\infty; -3,5) \cup (5; \infty)$	$(-\frac{1}{3}; 7)$	$(\frac{1}{3}; 2,5)$	$(-\infty; -3) \cup (\frac{1}{4}; \infty)$	$(-\infty; -1,5) \cup (\frac{1}{9}; \infty)$	$(-\infty; -0,5) \cup (9; \infty)$
3 а)	$\frac{9}{4}$	8,5	$\frac{26}{6}$	$\frac{11}{7}$	18	10	8,5	3	2
3 б)	$\frac{3}{2}$	2,5	5,5	1198	2	$\frac{25}{16}$	12	-6	211
4 а)	$[-6; \frac{1}{4})$	$(-\infty; -\frac{7}{3}]$	$(-\infty; -12,4]$	$(-\infty; 4]$	$[2; 3)$	$[-8; 8)$	$[-20; 5)$	$(6; 31]$	$(-\infty; 2]$
4 б)	$(-1,5; 2,5)$	$(-1; 24)$	$(1; 7)$	$(\frac{1}{3}; \frac{5}{3})$	$(\frac{8}{3}; \infty)$	$(1; \infty)$	$(6; \infty)$	$(-5; 76)$	$(1; 17)$

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»
Вариант 1**

1. Дайте определение логарифма данного числа по данному основанию.
2. Найдите область определения функции $u = \ln \frac{5-4x}{12x+1}$
3. Вычислите: а) $\log_3 81$; б) $\log_{\frac{1}{3}} 81$; в) $3^{\log_3 15}$; г) $3^{1+\log_3 4}$; д) $3^{2-\log_3 6}$.
4. Найдите x , если $\log_7 x = 2\log_7 5 + \frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 125$.
5. Вычислите $\frac{3\lg 2 + \lg 0,25}{\lg 14 - \lg 7}$.

**Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»
Вариант 2**

1. Сформулируйте основные свойства логарифмов.
2. Найдите область определения функции $u = \lg \frac{32-8x}{x+1}$.
3. Вычислите: а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{625}$; в) $5^{\log_5 125}$; г) $5^{2+\log_5 3}$; д) $5^{3-\log_5 3}$.

4. Найдите x , если $\log_6 x = \frac{1}{2} \log_6 25 + 2 \log_6 3 - \log_6 9$.

5. Вычислите $\frac{3 \log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}$.

Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»

Вариант 3

1. Какая функция называется логарифмической? Сформулируйте основные свойства логарифмической функции при $a > 0$.

2. Найдите область определения функции $y = \lg \frac{x+5}{7x-1}$.

3. Вычислите: а) $\log_4 16$; б) $\log_{\frac{1}{4}} 16$; в) $4^{\log_4 3}$; г) $4^{1+\log_4 5}$; д) $4^{3-\log_4 8}$

4. Найдите x , если $\log_5 x = 2 \log_5 3 + \frac{1}{2} \log_5 49 - \frac{1}{3} \log_5 27$.

5. Вычислите $\frac{\lg 81 + \lg 64}{2 \lg 3 + 3 \lg 2}$.

Зачёт «Свойства логарифмов и логарифмической функции»

Вариант 4

1. Запишите основное логарифмическое тождество.

2. Найдите область определения функции $y = \ln \frac{x+9}{4x-2}$.

3. Вычислите: а) $\log_2 \frac{1}{32}$; б) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$; в) $2^{\log_2 7}$; г) $2^{4-\log_2 5}$; д) $2^{3+\log_2 6}$.

4. Найдите x , если $\log_4 x = \frac{1}{2} \log_4 64 + 2 \log_4 5 - \log_4 20$.

5. Вычислите $\frac{\log_3 2 + \log_3 4}{5 \log_3 2 - \log_3 8}$.

ОТВЕТЫ к зачёту «Свойства логарифмов и логарифмической функции»

<i>№ варианта задания №</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>

1.	Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b . $a^{\log_a b} = b$.	1) $\log_a 1 = 0$. 2) $\log_a a = 1$. 3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$. 4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. 5) $\log_a x^p = p \log_a x$.	Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a .	1) $D(\log_a) = R_+$ 2) $E(\log_a) = R$. 3) Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при $a > 1$) или убывает (при $0 < a < 1$).
2.	$(-\frac{1}{12}; \frac{5}{4})$	$(-1; 4)$	$(-\infty; -5) \cup (\frac{1}{7}; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$
3.	а) 4; б) -4; в) 15; г) 12; д) 1,5.	а) -2; б) 4; в) 125; г) 75; д) $\frac{125}{3}$.	а) 2; б) -2; в) 3; г) 20; д) 8.	а) -5; б) 3; в) 7; г) $\frac{16}{5}$; д) 48.
4.	$\frac{6}{5}$	5	21	10
5.	1	$-\frac{1}{3}$	2	$\frac{3}{2}$

Контрольная работа №1

«РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»

Вариант 1

1. Вычислить $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. Решить неравенство $\operatorname{tg} x \leq -1$.

3. Решить уравнения

а) $\operatorname{tg} \frac{x}{6} = 0$;

б) $\sin^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$;

в) $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$.

Контрольная работа №1

«РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»

Вариант 2

1. Вычислить $\arctg(-\sqrt{3}) - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 2. Решить неравенство $\cos x < 0$.
 3. Решить уравнения
 - а) $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$;
 - б) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$;
 - в) $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$.
-

Контрольная работа «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»

Вариант 1

1. Решить неравенство $\frac{4x^2 - x}{x - 7} \geq 0$.
 2. Тело движется по закону $x(t) = t^3 - 2t^2 + 5$ (x – в метрах, t – в секундах). Найдите скорость и ускорение тела через 2с после начала движения.
 3. Исследовать функцию $f(x) = x^2 + 7x - 4$ на монотонность и экстремумы.
 4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 6x^2$ на отрезке $[-2; 5]$.
 5. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$ в точке $x_0 = 1$.
-

Контрольная работа «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»

Вариант 2

1. Решить неравенство $\frac{12x - x^2}{5 - x} \leq 0$.

2. Тело движется по закону $x(t) = \frac{t^3}{3} + 6t - 1$ (x – в метрах, t – в секундах).

Найдите скорость и ускорение тела через 5с после начала движения.

3. Исследовать функцию $f(x) = 10 - 4x - x^2$ на монотонность и экстремумы.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ на отрезке $[0;4]$.

5. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 3x + 2$ в точке $x_0 =$

ОТВЕТЫ к контрольной работе «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	$[0; \frac{1}{4}] \cup (7; \infty)$	$(-\infty; 0] \cup [5; 12)$
2	$4\text{м/с}; 8\text{м/с}^2$	$31\text{м/с}; 10\text{м/с}^2$
3	$f \downarrow$ на $x \in (-\infty; -3,5)$, $f \uparrow$ на $x \in (-3,5; \infty)$ $x = -3,5$ точка \min	$f \uparrow$ на $x \in (-\infty; -2)$, $f \downarrow$ на $x \in (-2; \infty)$ $x = -2$ точка \max
4	$y_{\max} = 0; y_{\min} = -32$ $[-2; 5] [-2; 5]$	$y_{\max} = \frac{52}{3}; y_{\min} = -\frac{2}{3};$ $[0; 4] [0; 4]$
5	$y = 4x - 1$	$y = 1 - 5x$

Самостоятельная работа

«Первообразная и интеграл»

Вариант 1

1. Найти общий вид первообразных: 1) $f(x) = 3 - x^5 + \frac{1}{x^5}$; 2) $f(x) = x - \frac{4}{x^6} + 10x^9$; 3) $f(x) = 4x^2 + 8x - 5$; 4) $f(x) = (6x - 1)^5$; 5) $f(x) = \frac{2}{(2-5x)^3}$.	2. Вычислить интегралы: 1) $\int_{-1}^3 x^2 dx$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ 3) $\int_0^2 (x^2 + x - 2) dx$. 4) $\int_{-2}^0 (3 - 2x - x^2) dx$ 5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dx}{\cos^2 x}$
--	--

Самостоятельная работа

«Первообразная и интеграл»

Вариант 2

<p>2. Найти общий вид первообразных:</p> <p>1) $f(x) = 7 - x^6 + \frac{1}{x^6}$;</p> <p>2) $f(x) = 3x^7 - x + \frac{5}{x^3}$;</p> <p>3) $f(x) = 6x^3 + 12x - 3$;</p> <p>4) $f(x) = (2x - 6)^3$;</p> <p>5) $f(x) = \frac{5}{(3-4x)^4}$.</p>	<p>2. Вычислить интегралы:</p> <p>1) $\int_{-2}^2 x^3 dx$;</p> <p>2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 3x dx$;</p> <p>3) $\int_1^2 (x^2 + 3x - 2) dx$;</p> <p>4) $\int_0^3 (3x^2 + x - 2) dx$;</p> <p>5) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{5dx}{\sin^2 x}$.</p>
---	---

ОТВЕТЫ к самостоятельной работе

«Первообразная и интеграл»

	Вариант 1	Вариант 2
1.	<p>1) $F(x) = 3x - \frac{x^6}{6} - \frac{1}{4x^4} + C$;</p> <p>2) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{4}{5x^5} + x^{10} + C$;</p> <p>3) $F(x) = \frac{4x^3}{3} + 4x^2 - 5x + C$;</p> <p>4) $F(x) = \frac{(6x-1)^6}{36} + C$;</p> <p>5) $F(x) = \frac{1}{5(2-5x)^2} + C$.</p>	<p>1) $F(x) = 7x - \frac{x^7}{7} - \frac{1}{5x^5} + C$;</p> <p>2) $F(x) = \frac{3x^8}{8} - \frac{x^2}{2} - \frac{2,5}{x^2} + C$;</p> <p>3) $F(x) = \frac{3x^4}{2} + 6x^2 - 3x + C$;</p> <p>4) $F(x) = \frac{(2x-6)^4}{8} + C$;</p> <p>5) $F(x) = \frac{5}{12(3-4x)^3} + C$.</p>
2.	<p>1) $9\frac{1}{3}$;</p> <p>2) 1;</p> <p>3) $\frac{2}{3}$;</p>	<p>1) 0;</p> <p>2) $\frac{\sqrt{2}-2}{6}$;</p>

4) $7\frac{1}{3}$; 5) 2.	3) $4\frac{5}{6}$; 4) 25,5 ; 5) 5.
------------------------------	---

Контрольная работа №2 :«Первообразная и интеграл»

Вариант 1

1. Найти общий вид первообразных для функции
 - a) $f(x) = 4\sin x + \cos 3x$;
 - б) $f(x) = x^2 + 2x$.
2. Найти первообразную функции $f(x) = 5x + x^2$, график которой проходит через точку (1;3).
3. Вычислить интеграл $\int_1^2 (x^2 + x) dx$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - x$ и $y = -x^2 + 2x + 3$.

Контрольная работа №2 :«Первообразная и интеграл»

Вариант 2

1. Найти общий вид первообразных для функции
 - a) $f(x) = 3\cos x + \sin 4x$;
 - б) $f(x) = x^5 + x^2$.
2. Найти первообразную функции $f(x) = 3x^2 - 5$, график которой проходит через точку (2;10).

3. Вычислить интеграл $\int_0^1 (x^2 + 2x) dx$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 3 + 2x \text{ и } y = x^2 - 2x + 3.$$

Ответы к контрольной работе №2 : «Первообразная и интеграл»

№ варианта	Задание 1 а)	Задание 1 б)	Задание 2	Задание 3	Задание 4
1	$-4\cos x + \frac{1}{3}\sin 3x + C$	$\frac{x^3}{3} + x^2 + C$	$\frac{5x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{6}$	$3\frac{5}{6}$	4,5
2	$3\sin x - \frac{1}{4}\cos 4x + C$	$\frac{x^6}{6} + \frac{x^3}{3} + C$	$x^3 - 5x + 12$	$1\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{3}$

ТЕСТЫ

ТЕМА: «Первообразная и интеграл»

ВАРИАНТ № 1

Задание	Вариант ответа
1. Среди заданных функций $G(x)$, $F(x)$ и $H(x)$ выберите первообразную для функции $y = -7x^3$	а) $G(x) = -21x^2$ б) $F(x) = -7x^4$ в) $H(x) = -\frac{7}{4}x^4$
2. Укажите ту функцию, для которой $F(x) = x^3 + 3x + C$ имеет общий вид первообразной	а) $g(x) = 3x^2 + 3$ б) $h(x) = 3x^2 + 3x + 9$ в) $\varphi(x) = x^4/4 + 3$
3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 4\sin x + 2\cos x$	а) $F(x) = 4\cos x - 2\sin x + C$ б) $F(x) = -4\cos x + 2\sin x + C$ в) $F(x) = -4\cos x + 2\sin x$
4. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 2\sin 3x$	а) $F(x) = -\frac{1}{6}\cos 3x + C$ б) $F(x) = -\frac{2}{3}\cos x + C$ в) $F(x) = -\frac{2}{3}\cos 3x + C$
5. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = (2x - 1)^5$	а) $F(x) = (2x - 1)^6/12 + C$ б) $F(x) = (2x - 1)^6/6 + C$ в) $F(x) = (2x - 1)^6/2 + C$
6. Для функции $f(x)$ найдите $F(x)$, если	а) $F(x) = -x^{-2} - 2$

$f(x) = 2/x^3$; $F(1) = 1$	б) $F(x) = -x^{-2} + 2$ в) $F(x) = -2x^{-2} + 3$
7. Верно ли, что на рисунке изображены графики трёх первообразных для некоторой функции?	а) да б) нет
8. Выберите формулу, по которой можно вычислить площадь фигуры, изображённой на рисунке:	b а) $S = \int_a^b f(x) dx$ b б) $S = - \int_a^b f(x) dx$ в) $S = f(b) - f(a)$
9. Вычислите интеграл $\int_0^1 4x^3 dx$	а) - 1 б) 4 в) 1
10. По какой формуле нужно находить площадь фигуры, заштрихованной на рисунке:	2 а) $S = \int_{-1}^2 x^2 dx$ 2 б) $S = \int_0^2 x^2 dx$ -1 в) $S = \int_2^x x^2 dx$

ВАРИАНТ № 2

Задание	Вариант ответа
1. Среди заданных функций $G(x)$, $F(x)$ и $H(x)$ выберите первообразную для функции $y = 5x^6$	а) $G(x) = 5x^7$ б) $F(x) = 30x^5$ в) $H(x) = 5x^7/7$
2. Укажите ту функцию, для которой $F(x) = x^4 - 4x + C$ имеет общий вид первообразной	а) $g(x) = 4x^3 - 4 + C$ б) $h(x) = 4x^3 - 4x^2 + 2$ в) $\varphi(x) = x^5/5 - 2x^2$
3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 5\cos x + 2\sin x$	а) $F(x) = 5\sin x - 2\cos x + C$ б) $F(x) = -5\sin x - 2\cos x + C$ в) $F(x) = 5\sin x + 2\cos x + C$
4. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 3\cos 2x$	а) $F(x) = -3/2 \sin 2x + C$ б) $F(x) = 3/2 \sin 2x + C$ в) $F(x) = 3/2 \sin x + C$
5. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = (7x - 2)^3$	а) $F(x) = (7x - 2)^4/4 + C$ б) $F(x) = 7(7x - 2)^4/4 + C$ в) $F(x) = (7x - 2)^4/28 + C$
6. Для функции $f(x)$ найдите $F(x)$, если	а) $F(x) = 2x^{-1} + 1$

$f(x) = 2/x^2$; $F(1) = 1$	б) $F(x) = -2x^{-1} + 3$ в) $F(x) = 2x^{-1} - 1$
7. Верно ли, что на рисунке изображены графики трёх первообразных для некоторой функции?	а) да б) нет
8. Выберите формулу, по которой можно вычислить площадь фигуры, изображённой на рисунке:	v а) $S = \int_a^v f(x) dx$ v б) $S = - \int_a^v f(x) dx$ a в) $S = - \int_a^v f(x) dx$
9. Вычислите интеграл $\int_{-1}^0 5x^4 dx$	а) 5 б) -1 в) 1
10. По какой формуле нужно находить площадь фигуры, заштрихованной на рисунке:	1 а) $S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx$ -2 б) $S = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$ 2 в) $S = \int_{-2}^2 (x^2 + 2) dx$

ВАРИАНТ № 3

Задание	Вариант ответа
1. Среди заданных функций $G(x)$, $F(x)$ и $H(x)$ выберите первообразную для функции $y = -5x^4$	а) $G(x) = -20x^3$ б) $F(x) = -x^5$ в) $H(x) = -5/4x^5$
2. Укажите ту функцию, для которой $F(x) = x^2 - 2x + C$ имеет общий вид первообразной	а) $g(x) = 2x - 2$ б) $h(x) = 2x^3 - 2x^2 + 2$ в) $\varphi(x) = x^3/3 - 2$
3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 6 \sin x + 3 \cos x$	а) $F(x) = 6 \cos x - 3 \sin x + C$ б) $F(x) = -6 \cos x + 3 \sin x$ в) $F(x) = -6 \cos x + 3 \sin x + C$
4. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 5 \sin 4x$	а) $F(x) = 1/4 \cos 5x + C$ б) $F(x) = -5/4 \cos x + C$ в) $F(x) = -5/4 \cos 4x + C$
5. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = (1 - 5x)^3$	а) $F(x) = -(1 - 5x)^4/20 + C$ б) $F(x) = (1 - 5x)^4/4 + C$ в) $F(x) = (1 - 2x)^3/3 + C$

6. Для функции $f(x)$ найдите $F(x)$, если $f(x) = 4/x^5$; $F(1) = 1$	а) $F(x) = -x^{-4} - 2$ б) $F(x) = -x^{-4} + 2$ в) $F(x) = 6x^{-6} + 3$
7. Верно ли, что на рисунке изображены графики трёх первообразных для некоторой функции?	а) да б) нет
8. Выберите формулу, по которой можно вычислить площадь фигуры, изображённой на рисунке:	в а) $S = -\int_a^b f(x) dx$ в б) $S = \int_a^b f(x) dx$ в) $S = f(a) - f(b)$
9. Вычислите интеграл $\int_0^1 6x^5 dx$	а) 6 б) -1 в) 1
10. По какой формуле нужно находить площадь фигуры, заштрихованной на рисунке:	1 а) $S = \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$ 1 б) $S = \int_0^1 (x^2 - 1) dx$ -1 в) $S = \int_1^1 (x^2 - 1) dx$

ВАРИАНТ № 4

Задание	Вариант ответа
1. Среди заданных функций $G(x)$, $F(x)$ и $H(x)$ выберите первообразную для функции $y = 9x^8$	а) $G(x) = x^9$ б) $F(x) = 72x^7$ в) $H(x) = 9x^7/7$
2. Укажите ту функцию, для которой $F(x) = x^5 - 5x + C$ имеет общий вид первообразной	а) $g(x) = 5x^4 - 5x^2 + C$ б) $h(x) = 5x^6 - 5x^2$ в) $\varphi(x) = 5x^4 - 5$
3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 4\cos x + 7\sin x$	а) $F(x) = 4\sin x - 7\cos x + C$ б) $F(x) = -4\sin x - 7\cos x + C$ в) $F(x) = 4\sin x + 7\cos x + C$
4. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 9\cos 3x$	а) $F(x) = -3\sin 3x + C$ б) $F(x) = 3\sin 3x + C$ в) $F(x) = 3\sin x + C$
5. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = (7x - 2)^3$	а) $F(x) = (7x - 2)^4/4 + C$ б) $F(x) = 7(7x - 2)^4/4 + C$ в) $F(x) = (7x - 2)^4/28 + C$

6. Для функции $f(x)$ найдите $F(x)$, если $f(x) = 5/x^6$; $F(1) = 1$	а) $F(x) = x^{-5} + 1$ б) $F(x) = -x^{-5} + 2$ в) $F(x) = -x^{-5} - 1$
7. Верно ли, что на рисунке изображены графики трёх первообразных для некоторой функции?	а) да б) нет
8. Выберите формулу, по которой можно вычислить площадь фигуры, изображённой на рисунке:	в а) $S = \int_a^b f(x) dx$ в б) $S = - \int_a^b f(x) dx$ а в) $S = - \int_b^a f(x) dx$
9. Вычислите интеграл $\int_{-1}^0 7x^6 dx$	а) 7 б) -1 в) 1
10. По какой формуле нужно находить площадь фигуры, заштрихованной на рисунке:	3 а) $S = \int_0^3 (x-1)^2 dx$ 3 б) $S = \int_1^3 (x-1)^2 dx$ 1 в) $S = \int_3^1 (x-1)^2 dx$

Ключ к тесту

« ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ »:

ВАРИАНТ № 1: в, а, б, в, а, б, а, а, в, а.

ВАРИАНТ № 2: в, а, а, б, в, б, б, б, в, а.

ВАРИАНТ № 3: б, а, в, в, а, б, б, а, в, а

ВАРИАНТ № 4: а, в, а, б, в, б, а, а, в, б.

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 1

Решить уравнения:

1. $\sqrt{2x-1}=3$;
2. $\sqrt{x+1}=0$;
3. $\sqrt{4x-1}=\sqrt{7}$;
4. $\sqrt{3+x}=3-x$;
5. $\sqrt{10-x}\cdot\sqrt{3x+5}=x+5$.

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 2

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x-1}=2$;
2. $\sqrt{x}-4=0$;
3. $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$;
4. $\sqrt{2x-1}=x-2$;
5. $9-x=\sqrt{9-5x}\cdot\sqrt{3-x}$.

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 3

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x-2}=3$;
2. $1-\sqrt{x}=0$;
3. $\sqrt{2x-1}=\sqrt{5}$;
4. $\sqrt{5-x}=x-5$;
5. $\sqrt{5x+3}\cdot\sqrt{3x-1}=3x+1$.

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 4

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x+9}=4$;
2. $\sqrt{x+1}=3$;
3. $\sqrt{5}=\sqrt{x^2-4}$;
4. $\sqrt{4x+5}=2x+1$;
5. $\sqrt{2x+15}\cdot\sqrt{2x-1}=2x+9$.

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 5

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x^2-9}=4$;
2. $\sqrt{x}+6=4$;
3. $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x-3}$;

Проверочная работа

«Иррациональные уравнения»

Вариант 6

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x-7}=2$;

<p>4. $\sqrt{x+1} = x-5$; 5. $\sqrt{4x-3} \cdot \sqrt{3x-5} = 3x-1$.</p>	<p>2. $10 = \sqrt{x} + 1$; 3. $\sqrt{4x-3} = \sqrt{12-x}$; 4. $\sqrt{x-2} = x-8$; 5. $\sqrt{3x+2} \cdot \sqrt{x-2} = x+6$.</p>
<p style="text-align: center;"><i>Проверочная работа</i> «Иррациональные уравнения» Вариант 7</p> <p style="text-align: center;">Решить уравнения:</p> <p>1. $\sqrt{3-x} = 1$; 2. $\sqrt{x} + 7 = 0$; 3. $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x+5}$; 4. $\sqrt{25-x^2} = x-1$; 5. $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3$.</p>	<p style="text-align: center;"><i>Проверочная работа</i> «Иррациональные уравнения» Вариант 8</p> <p style="text-align: center;">Решить уравнения:</p> <p>1. $\sqrt{x^2-7} = 3$; 2. $\sqrt{x}-3 = 0$; 3. $\sqrt{4x-1} = \sqrt{x+8}$ 4. $x-2 = \sqrt{4-2x}$; 5. $\sqrt{8x+17} \cdot \sqrt{2x-1} = 4x+3$.</p>

Ответы к вариантам проверочной работы

«Иррациональные уравнения»

№ варианта	Уравнение 1	Уравнение 2	Уравнение 3	Уравнение 4	Уравнение 5
1	5	Нет решений	2	1	$-1\frac{1}{4}; 5$
2	5	16	-2; 2	5	-3
3	11	1	3	5	1
4	7	4	-3; 3	1	Нет решений
5	-5; 5	Нет решений	5	8	7

6	11	81	3	11	10
7	2	Нет решений	8	4	5
8	-4; 4	9	3	2	13

Контрольная работа №8

**«РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»**

Вариант 1

- $\left(\frac{1}{64}\right)^{x-3} = 2^{3-2x};$
- $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5;$
- $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0;$
- $\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > 9^{2x-1};$
- $10 \cdot 5^{x-1} + 5^{x+1} < 7.$

Контрольная работа №8

**«РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»**

Вариант 2

- $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} = 125^{3-4x};$
- $2^{x+4} - 2^x = 120;$
- $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0;$
- $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+3x} < 8^{x-1};$
- $8 \cdot 2^{x-1} - 2^x > 48.$

ОТВЕТЫ к контрольной работе №8

«РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»

№ варианта	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	$3\frac{3}{4}$	-1	1; 0	$x < -4$	$x < 0$
2	$\frac{1}{2}$	3	1	$x > -\frac{1}{9}$	$x > 4$

ЗАЧЁТ

«Основные методы решения уравнений, неравенств и систем»

Вариант 1

1. Решить иррациональное уравнение $3x+1=\sqrt{1-x}$.

2. Решить показательное уравнение $3^{x+2} + 3^x = 90$.

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 4x - y = 2, \\ \log_{12} x + \log_{12} 3 = \log_{12}(y + 1). \end{cases}$

4. Решить логарифмическое неравенство $\log_2 x + \log_2(x - 2) < 3$.

5. Решить тригонометрическое уравнение $\cos 2x + \cos x = 0$.

ЗАЧЁТ

«Основные методы решения уравнений, неравенств и систем»

Вариант 2

1. Решить иррациональное уравнение $8 - 3x = \sqrt{x + 2}$.

2. Решить показательное неравенство $3^{x^2} \leq 81$.

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x + y = 3, \\ \log_3(5x + 4y) = \log_3(y + 5). \end{cases}$

4. Решить логарифмическое неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(x + 6) + \log_{\frac{1}{3}}x > -3$.
5. Решить тригонометрическое уравнение $3\sin x = 2\cos^2 x$.

ЗАЧЁТ

«Основные методы решения уравнений, неравенств и систем»

Вариант 3

1. Решить иррациональное уравнение $\sqrt{3 - 2x} = 6 + x$.
2. Решить показательное уравнение $9^x - 2 \cdot 3^x = 63$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 27^x = 9^y, \\ 81^x = 3^{y+1}. \end{cases}$
4. Решить логарифмическое неравенство $\log_2(5x - 6) < \log_2 2 + 3$.
5. Решить тригонометрическое уравнение $2\cos^2 x - 7\cos x = 0$.

ЗАЧЁТ

«Основные методы решения уравнений, неравенств и систем»

Вариант 4

1. Решить иррациональное уравнение $\sqrt{2 + 7x} = 6 - x$.
2. Решить показательное неравенство $(1,3)^{x^2 - 4x + 2} \leq 1,69$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x - y = 8, \\ 2^{x-3y} = 16. \end{cases}$
4. Решить логарифмическое уравнение $\log_2(7x - 4) = 2 + \log_2 13$.
5. Решить тригонометрическое уравнение $\sin x + \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1$.

ОТВЕТЫ к ЗАЧЁТУ

«Основные методы решения уравнений, неравенств и систем»

№ варианта № задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1.	0	2	-3	2
2.	2	[-2;2]	2	[0;4]
3.	(1;2)	(1;0)	$(\frac{2}{5}; \frac{3}{5})$	(10;2)
4.	(2;4)	(0;3)	(1,2;12)	8
5.	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$	$(-1)^{\frac{k\pi}{6}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$	$(-1)^{\frac{k\pi}{6}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
--	--	---	---	--

Контрольная работа №2

«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1. Что такое стереометрия.
2. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
3. Дана плоскость β и прямые a , b и c . Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости β . Назовите эту прямую, если прямая a параллельна прямой c , прямые b и c пересекаются, а прямая c лежит в плоскости β .
Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через точки A , B и середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1 , B_1 , M_1 соответственно. Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1=13$ м, $BB_1=7$ м, причём отрезок AB не пересекает плоскость α .
5. Через конец A отрезка AB проведена плоскость. Через конец B и точку C этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка BB_1 , если $CC_1=21$ см, $AC : BC = 3 : 4$.

Контрольная работа №2

«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 2

1. Назовите основные фигуры в пространстве.
2. Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?
3. Дана плоскость β и прямые a , b и c . Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости β . Назовите эту прямую, если прямая b параллельна прямой c , прямые a и b пересекаются, а прямая c лежит в плоскости β .
Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через точки A , B и середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1 , B_1 , M_1 соответственно. Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1=3$ м, $BB_1=17$ м, причём отрезок AB не пересекает плоскость α .
5. Через конец A отрезка AB проведена плоскость. Через конец B и точку C этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка BB_1 , если
 $CC_1=26$ см, $AB : AC = 15 : 13$.

Контрольная работа №2

«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 3

1. Сформулируйте теорему о трёх точках?
2. Что значит: прямая и плоскость параллельны?
3. Дана плоскость β и прямые a , b и c , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая a лежит в плоскости β , прямая b параллельна плоскости β , а прямая c пересекает плоскость β . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через концы отрезка AB и его середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1 , B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если отрезок AB не пересекает плоскость α и если $AA_1=10$ м, $BB_1=14$ м.
5. Через конец A отрезка AB проведена плоскость. Через конец B и точку C этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка BB_1 , если
 $AB=8$ см, $AC : CC_1 = 2 : 3$.

Контрольная работа №2

«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

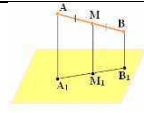
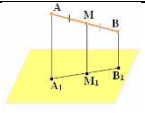
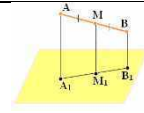
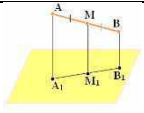
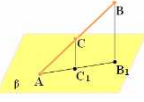
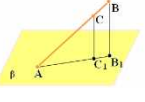
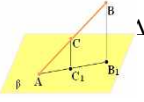
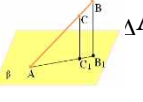
Вариант 4

1. Сформулируйте теорему о прямой и точке.
2. Какие плоскости называются параллельными?
3. Дана плоскость β и прямые a , b и c , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая a лежит в плоскости β , а прямые b и c пересекают плоскость β . Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через концы отрезка AB и его середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1 , B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если отрезок AB не пересекает плоскость α и если $AA_1=12$ м, $BB_1=8$ м.
5. Через конец A отрезка AB проведена плоскость. Через конец B и точку C этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка BB_1 , если $CC_1=14$ см, $AB : BC = 10 : 3$.

Ответы к контрольной работе №2

«Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей»

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.	Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.	Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.	Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и при том только одну.
2	Две прямые в пространстве называются параллельными , если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.	Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются скрещивающимися.	Прямая и плоскость параллельны – значит, они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.	Две плоскости называются параллельными , если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.
3			 $a \parallel b; c \parallel a$	 $a \subset \beta, b \parallel c, \{b; c\} \cap \beta$

	$a \parallel c; \text{внс}; c \subset \beta; a \parallel \beta$	$e \parallel c; \text{анв}; c \subset \beta; e \parallel \beta$	$a \subset \beta; e \parallel \beta; \text{снв}; a \parallel e$	
4	 <p>ABV₁A₁ – трапеция, т.к. AA₁ BB₁ MM₁</p> <p>MM₁- средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 10$	 <p>ABV₁A₁ – трапеция, т.к. AA₁ BB₁ MM₁</p> <p>MM₁- средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 10$	 <p>ABV₁A₁ – трапеция, т.к. AA₁ BB₁ MM₁</p> <p>MM₁- средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 12$	 <p>ABV₁A₁ – трапеция, т.к. AA₁ BB₁ MM₁</p> <p>MM₁- средняя линия;</p> $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = 10$
5	 <p>$\Delta ABV_1 \infty$ ΔACC_1</p> $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{21 \cdot 7}{3} = 49$	 <p>$\Delta ABV_1 \infty$ ΔACC_1</p> $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{26 \cdot 15}{13} = 30$	 <p>$\Delta ABV_1 \infty$ ΔACC_1</p> $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12$	 <p>$\Delta ABV_1 \infty$ ΔACC_1</p> $\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}$ $BB_1 = \frac{CC_1 \cdot AB}{AC} = \frac{14 \cdot 10}{7} = 20$

Контрольная работа №4 «МНОГОГРАННИКИ»

Вариант 1

1. Дайте определение прямой призмы.
2. Что такое параллелепипед?
3. Что такое многогранник?
4. Задача: У параллелепипеда три грани имеют площади 2 м^2 , 4 м^2 и 5 м^2 . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?
5. Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 и 12 см, все боковые рёбра равны 12,5 м. Найдите объём пирамиды.

Контрольная работа №4 «МНОГОГРАННИКИ»

Вариант 2

1. Дайте определение правильной призмы.
2. Что такое куб?
3. Чем является точка пересечения диагоналей параллелепипеда?

4. Задача: У параллелепипеда три грани имеют площади 3 м^2 , 6 м^2 и 7 м^2 . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?
5. Задача: Боковые рёбра наклонной треугольной призмы равны 15 м , а расстояния между содержащими их параллельными прямыми 26 м , 25 м и 17 м . Найдите объём призмы.

Контрольная работа №4 «МНОГОГРАННИКИ»

Вариант 3

1. Дайте определение правильной пирамиды.
2. Какой многогранник называется правильным?
3. Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда?
4. Задача: Измерения прямоугольного параллелепипеда 15 м , 50 м и 36 м . Найдите ребро равновеликого ему куба.
5. Задача: Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 7 см , а сторона основания 8 см . Найдите боковое ребро.

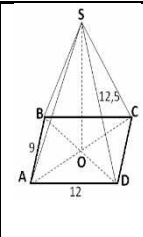
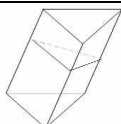
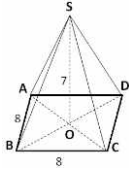
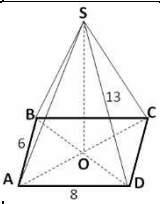
Контрольная работа №4 «МНОГОГРАННИКИ»

Вариант 4

1. Дайте определение апофемы правильной пирамиды.
2. Какой параллелепипед называется прямоугольным?
3. Чему равна боковая поверхность прямой призмы?
4. Задача: Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям: 2 см , 3 см , 6 см .
5. Задача: Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см . Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см . Вычислите высоту пирамиды.

Ответы к контрольной работе № 4 «Многогранники»

№ вариант а № задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1.	Призма называется прямой, если её боковые рёбра перпендикулярны основаниям.	Прямая призма называется правильной, если её основания являются правильными много-	Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоуголь-	Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется

		угольниками.	ник, а основание высоты совпадает с центром этого мно-гоугольника.	апофемой.
2.	Если основания призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом.	Прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны, называется кубом.	Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольникам и с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число рёбер.	Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом.
3.	Многогранник – это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников.	Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.	Длины непараллельных рёбер прямоугольного параллелепипеда называют его линейными размерами.	Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т.е. на длину бокового ребра.
4.	$S_n = 2(2+4+5) = 22 \text{ см}^2.$	$S_n = 2(3+6+7) = 32 \text{ см}^2.$	$V_n = V_k$ $V_n = abc = 15 \cdot 50 \cdot 36$ $V_k = a^3 \Rightarrow$ $a = \sqrt[3]{15 \cdot 50 \cdot 36}$ $= \sqrt[3]{(5 \cdot 2 \cdot 3)^3} = 30 \text{ (м)}$	$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 =$ $= 2^2 + 3^2 + 6^2 = 49$ $\Rightarrow d = \sqrt{49} = 7 \text{ (см)}$
5.	 $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H$ $S_{\text{осн.}} = 9 \cdot 12 = 108 \text{ см}^2$ <p>BD =</p>	 $V = S_{\text{осн.}} \cdot l$ $S_{\text{осн.}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	 $BD = \sqrt{2AB^2} =$	 $SO = h$ $AC = BD = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 10 \text{ (см)}$

$\sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15(\text{см})$ $OD = \frac{1}{2}BD = 7,5 \text{ см}$ $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = \sqrt{100} = 10(\text{см})$ $V = \frac{1 \cdot 108}{3} \cdot 10 = 360(\text{см}^3).$	$p = \frac{26+25+17}{32} = 34;$ $S_{\text{осн.}} = \sqrt{34(34-26)(34-2)} = 204;$ $V = 204 \cdot 15 = 3060(\text{см}^3)$	$\sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2}$ $OD = \frac{1}{2}BD = 4\sqrt{2}$ $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{49 + 32} = 9(\text{см})$	$OD = \frac{1}{2}BD = 5 \text{ см}$ $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ см.}$
--	--	---	---

Контрольная работа № 5 «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

Вариант 1

6. Дайте определение цилиндра. Нарисуйте цилиндр, укажите его образующую, радиус и осевое сечение.
7. Какой конус называется прямым? Сделать рисунок.
8. Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг? Сделать рисунок.
9. Задача: Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 4 м, а образующая 5 м. Найдите объём щебня.
10. Задача: Найти площадь сечения шара радиусом 25 см плоскостью, проведённой на расстоянии 20 см от центра шара.

Контрольная работа № 5 «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

Вариант 2

1. Дайте определение конуса. Нарисуйте конус, укажите его образующую, радиус, высоту и осевое сечение.
2. Какой цилиндр называется прямым? Сделать рисунок.
3. Какая плоскость называется касательной к шару? Сделать рисунок.
4. Задача: Объём шара равен $288\pi \text{ см}^3$. Найдите площадь поверхности шара.
5. Задача: Площадь боковой поверхности конуса равна $15\pi \text{ см}^2$, а площадь его основания на $6\pi \text{ см}^2$ меньше. Найдите объём конуса.

Контрольная работа № 5 «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

Вариант 3

1. Дайте определение шара. Нарисуйте шар, укажите его центр, радиус.
2. Укажите виды сечений цилиндра и сделайте рисунки.

3. Какая фигура получится при вращении равнобедренного треугольника вокруг его оси симметрии? Сделайте рисунок.
4. Задача: Радиус цилиндра равен 5 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.
5. Задача: Плоскость проходит на расстоянии 6 см от центра шара. Радиус сечения равен 8 см. Найдите площадь поверхности шара.

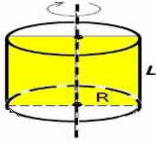

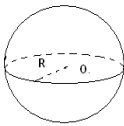
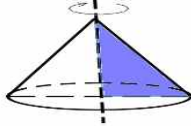
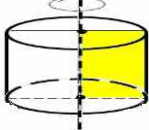
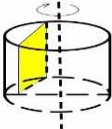
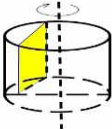
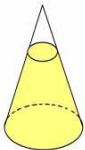
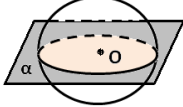
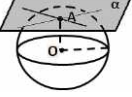
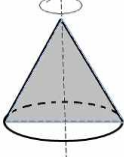
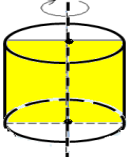
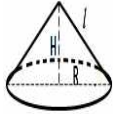


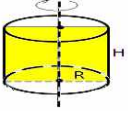

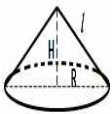

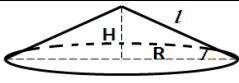
Контрольная работа № 5 «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

Вариант 4

1. Почему шар является телом вращения. Сделайте рисунок. Дайте определение сферы.
2. Что такое усечённый конус? Сделайте рисунок.
3. Какая фигура получится при вращении прямоугольника вокруг его оси симметрии? Сделайте рисунок.
4. Задача: Площадь осевого сечения цилиндра равна 64 см^2 . Найдите площадь его боковой поверхности.
5. Задача: Найти объём тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с гипотенузой 24 см и острым углом 30° вокруг меньшего катета.

Ответы к контрольной работе № 5 «Тела вращения»

№ вариант а № задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
6.	Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов (оснований), не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков (образующих), соединяющих соответствующие точки этих кругов.	Конусом называется тело, которое состоит из круга – основания конуса , точки, не лежащей в плоскости этого круга, – вершины конуса и всех отрезков (образующих), соединяющих вершину конуса	Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется центром шара , а данное расстояние – радиусом шара .	Шар получается при вращении полукруга вокруг его диаметра как оси.  Граница шара называется сферой.

		с точками основания 		
7.	Конус называется прямым , если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания. 	Цилиндр называется прямым , если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований. 	Осевое сечение   сечения параллельные оси и плоскости основания	Плоскость, параллельная основанию конуса и пересекающая конус, отсекает от него меньший конус. Оставшаяся часть называется усечённым конусом . 
8.	Плоскость, проходящая через центр шара, называется диаметральной . 	 Плоскость, проходящая через точку A шаровой поверхности и перпендикулярная радиусу, проведённому в точку A , называется касательной плоскостью .	 конус	 цилиндр R
9.	 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ $\sqrt{l^2 - R^2} = 3; V = \frac{1}{3} \pi 4^2 \cdot 3 = 16\pi \text{ см}^3$	 $S_{\text{ш}} = 4\pi R^2$ $S_{\text{ш}} = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3} \pi R^3$ $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ $= 6; S_{\text{ш}} = 144\pi \text{ см}^2$	 $V = S_{\text{осн}} \cdot H = \pi R^2 H$ $S_{\text{бок.}} = 2S_{\text{осн}}$ $2\pi R H = 2\pi R^2; R = H$ $V = \pi 5^2 \cdot 5 = 125\pi \text{ см}^3$	 $S_{\text{ос.сеч.}} = 2R H$ $S_{\text{бок.}} = 2\pi R H = S_{\text{ос.сеч.}} \cdot \pi = 64\pi \text{ см}^2$
10.	 $S_{\text{сеч}} = \pi r^2$	 $V =$	 $S_{\text{ш}} = 4\pi R^2$	 $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

$r^2 = R^2 - d^2 =$ $625 - 400 = 225$ $S_{\text{сеч}} = 225\pi \text{ см}^2$	$\frac{1}{3}\pi R^2 H S_{\text{очн}} =$ $S_6 - 6\pi =$ $15\pi - 6\pi =$ $9\pi S_{\text{очн}} =$ $\pi R^2; R =$ $\sqrt{\frac{S_{\text{очн}}}{\pi}} = 3; S_6 =$ $\pi R l; l = \frac{S_6}{\pi} =$ $5; H =$ $\sqrt{l^2 - R^2} = 4;$ $V = \frac{1}{3}\pi 3^2 4$ $= 12\pi \text{ см}^3$	$R = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ $S_{\pi} = 4\pi 10^2 = 400\pi$ см^2	$H = l \sin 30^\circ = 24 \cdot \frac{1}{2} =$ 12 $R = l \cos 30^\circ =$ $= 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ $V = \frac{1}{3}\pi (12\sqrt{3})^2 \cdot 12$ $= 1728\pi \text{ см}^3$
--	---	--	---

Тесты по теме: «Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Параллельность прямых и плоскостей»

ВАРИАНТ № 1

Задание	Вариант ответа
1. Продолжи предложение: <i>Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры....</i>	а) на плоскости; б) в пространстве; в) на прямой.
2. Какие прямые в пространстве называются параллельными?	а) если ни лежат в одной плоскости и не пересекаются; б) если они лежат в одной плоскости и пересекаются; в) если они лежат в разных плоскостях и не пересекаются.
3. На рис.1 скрещивающимися являются прямые:	а) AB и BB_1 ; б) AB и D_1C_1 ; в) AB и A_1D_1 .
4. Записать, используя математическую символику: <i>Плоскость α пересекает плоскость β по прямой a.</i>	а) $\alpha \beta = a$; б) $\alpha \cap \beta = a$; в) $\alpha \in \beta = a$.
5. Как прочесть запись: $[AB] \ a$; $a \notin \alpha$?	а) отрезок AB принадлежит прямой a , не лежащей в плоскости α ; б) отрезок AB лежит

	<p>на прямой a, не принадлежащей плоскости α;</p> <p>в) точки A и B лежат на прямой a, не принадлежащей плоскости α;</p>
6. Точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости	<p>а) прямые AB и CD пересекаются;</p> <p>б) прямые AB и CD не пересекаются.</p>
7. Прямые AB и CD не лежат в одной плоскости	<p>а) прямые AC и BD не лежат в одной плоскости;</p> <p>б) прямые AC и BD лежат в одной плоскости;</p>
8. Может ли при параллельном проектировании параллелограмма получиться трапеция?	<p>а) может, так как при параллельном проектировании параллельность не сохраняется;</p> <p>б) не может, так как при параллельном проектировании параллельность сохраняется.</p>
9. Через точки A, B и середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 соответственно. Найти отрезок M_1M_1 , если $AA_1=3$ м; $BB_1=17$ м, причем AB не пересекает плоскость α .	<p>а) $M_1M_1=10$ м;</p> <p>б) $M_1M_1=6\frac{2}{3}$ м;</p> <p>в) $M_1M_1=20$ м.</p>
10. Дано: $\triangle ABC$; $\alpha \parallel AB$; $AC \cap \alpha = A_1$; $BC \cap \alpha = B_1$; $AB=15$ см; $AA_1: AC=2:3$. Найти A_1B_1 -?	<p>а) $A_1B_1=45$ см;</p> <p>б) $A_1B_1=5$ см;</p> <p>в) $A_1B_1=10$ см.</p>

ВАРИАНТ № 2

Задание	Вариант ответа
2. Продолжи предложение: <i>Основными фигурами в пространстве являются....</i>	а) точка и прямая; б) точка и плоскость; в) точка, прямая и плоскость.
2. Какие прямые называются скрещивающимися?	а) прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости; б) прямые, которые пересекаются и лежат в одной плоскости; в) прямые, которые не пересекаются и лежат в одной плоскости.
3. На рис.1 параллельными являются прямые:	а) A_1A и BC ; б) A_1D_1 и BC ; в) A_1B_1 и BC_1 .
4. Записать, используя математическую символику: <i>Прямая a пересекает плоскость α в точке A.</i>	а) $a \cap \alpha = A$; б) $a \in A$; в) $a \cap \alpha = A$.
5. Как прочесть запись: $\{A;B\} \in a$; $a \in \alpha$?	а) отрезок AB принадлежит прямой a , лежащей в плоскости α ; б) точки A и B принадлежат прямой a , которая лежит в плоскости α ; в) точки A и B лежат на прямой a , не принадлежащей плоскости α ;
6. Могут ли прямые a и b пересекаться? $c \parallel b$.	а) нет; б) могут.
7. Четыре точки не лежат в одной плоскости. Могут ли какие-нибудь три из них лежать на одной прямой?	а) могут; б) не могут.
8. Может ли проекция параллелограмма при	а) может, так как при

параллельном проектировании быть квадратом?	<p>параллельном проектировании параллельность сохраняется;</p> <p>б) не может, так как при параллельном проектировании параллельность не сохраняется.</p>
9. Через точки А, В и середину М отрезка АВ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1 , B_1 , M_1 соответственно. Найти отрезок M_1M_1 , если $AA_1=13$ м; $BB_1=7$ м, причем АВ не пересекает плоскость α .	<p>а) $M_1M_1=2\sqrt{7}$ м;</p> <p>б) $M_1M_1=20$ м;</p> <p>в) $M_1M_1=10$ м.</p>
10. Дано: $\triangle ABC$; $\alpha \parallel AB$; $AC \cap \alpha = A_1$; $BC \cap \alpha = B_1$; $AB=8$ см; $AA_1:AC=5:3$. Найти A_1B_1 ?	<p>а) $A_1B_1=1$ см;</p> <p>б) $A_1B_1=3$ см;</p> <p>в) $A_1B_1=4$ см.</p>

ВАРИАНТ № 3

Задание	Вариант ответа
3. Продолжи предложение: <i>В стереометрии свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих....</i>	<p>а) аксиом;</p> <p>б) теорем;</p> <p>в) задач.</p>
2. Что значит: прямая и плоскость параллельны?	<p>а) прямая и плоскость не пересекаются;</p> <p>б) прямая и плоскость пересекаются и лежат в одной плоскости;</p> <p>в) прямая и плоскость не пересекаются, то есть не имеют общих точек.</p>
3. На рис.1 скрещивающимися являются прямые:	<p>а) A_1A и BC;</p> <p>б) A_1D_1 и BC;</p> <p>в) A_1B_1 и AB.</p>
4. Записать, используя математическую символику: <i>Плоскость α пересекает плоскость β по прямой c.</i>	<p>а) $\alpha \beta = c$;</p> <p>б) $\alpha \cap \beta = c$;</p> <p>в) $\alpha \cap \beta = c$.</p>
5. Как прочесть запись: $[BC] \in c$; $c \subset \alpha$?	а) отрезок BC

	<p>принадлежит прямой s, лежащей в плоскости α;</p> <p>б) точки C и B принадлежат прямой s, которая лежит в плоскости α;</p> <p>в) точки A и B лежат на прямой s, не принадлежащей плоскости α;</p>
6. Точки K, L, M и N не лежат в одной плоскости	<p>а) прямые KL и MN пересекаются;</p> <p>б) прямые KL и MN не пересекаются.</p>
7. Плоскости α и β параллельны плоскости γ . Могут ли плоскости α и β пересекаться?	<p>а) могут;</p> <p>б) не могут.</p>
8. Дана параллельная проекция треугольника. Чем изображается проекция средней линии треугольника?	<p>а) средней линией, так как при параллельном проектировании сохраняется отношение отрезков;</p> <p>б) средней линией, так как при параллельном проектировании не сохраняется отношение отрезков.</p>
9. Через точки A, B и середину M отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 соответственно. Найти отрезок M_1M_1 , если $AA_1=25$ дм; $BB_1=5$ дм, причем AB не пересекает плоскость α .	<p>а) $M_1M_1=5$ дм;</p> <p>б) $M_1M_1=30$ дм;</p> <p>в) $M_1M_1=15$ дм.</p>
10. Дано: $\triangle ABC$; $\alpha \parallel AB$; $AC \cap \alpha = A_1$; $BC \cap \alpha = B_1$; $AB=24$ см; $AA_1: A_1C=5:1$. Найти A_1B_1 ?	<p>а) $A_1B_1=6$ см;</p> <p>б) $A_1B_1=3$ см;</p> <p>в) $A_1B_1=4$ см.</p>

Ключ к тесту

по теме:

«Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Параллельность прямых и плоскостей»:

ВАРИАНТ № 1: б, а, в, б, б, б, а, б, а, б

ВАРИАНТ № 2: в, а, б, в, б, а, б, а, в, б.

ВАРИАНТ № 3: б, в, а, в, а, б, б, а, в, в.

Математический диктант «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»
(на 10 – 15 минут)

Вариант № 1

1. Что называется вектором в пространстве?
2. Дайте определение действий над векторами: скалярного произведения.
3. Дайте определение координат вектора с началом в точке $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке $A_2(x_2; y_2; z_2)$.
4. Какие вектора называются равными.
5. Какие вектора называются противоположно направленными?

Математический диктант «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»
(на 10 – 15 минут)

Вариант № 2

1. Какие вектора называются коллинеарными?
2. Что такое абсолютная величина вектора?
3. Какие вектора называются одинаково направленными?
4. Дайте определение действий над векторами: сложения и умножения.
5. Что такое нулевой вектор?

ОТВЕТЫ

**на математический диктант
«ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»**

№ варианта	Вариант № 1	Вариант № 2
№ задания		
1.	Вектором в пространстве называется направленный отрезок.	Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на

		одной прямой или на параллельных прямых.
2.	Скалярным произведением векторов $(\vec{a}_1; \vec{a}_2; \vec{a}_3)$ и $(\vec{b}_1; \vec{b}_2; \vec{b}_3)$ называется число $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \varphi$.	Абсолютной величиной вектора $ \vec{AB} $ называют число $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
3.	Координатами вектора с началом в точке $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и концом в точке $A_2(x_2; y_2; z_2)$ называются числа $x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1$.	Векторы \vec{AB} и \vec{CD} называются одинаково направленными, если полупрямые AB и CD одинаково направлены.
4.	Вектора называются равными, если они сонаправлены и их длины равны (если они совмещаются параллельным переносом). У равных векторов соответствующие координаты равны.	Суммой векторов $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ называют вектор $\vec{c}(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$. Произведением вектора $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ на число λ называется вектор $\lambda\vec{a} = (\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$. Если $\lambda > 0$, то направление совпадает с направлением вектора \vec{a} ; если $\lambda < 0$, то направление противоположно направлению вектора \vec{a} .
5.	Векторы \vec{AB} и \vec{CD} называются противоположно направленными, если полупрямые AB и CD противоположно направлены.	Любая точка в пространстве может рассматриваться как вектор. Такой вектор называется нулевым.

ЗАЧЁТ

«Декартовы координаты и векторы в пространстве»

Вариант № 1

6. Сторона равностороннего треугольника равна 12 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол $\varphi = 30^\circ$.
7. Даны точки $A(0;0;7)$, $B(1;4;2)$, $C(0;4;5)$, $D(4;2;0)$. Какие из этих точек лежат:
 - 1) в плоскости xy ; 2) на оси z ; 3) в плоскости yz .
8. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(0;2;-3)$, $B(-1;1;1)$, $C(2;-2;-1)$, $D(3;-1;-5)$.
4. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(5; 1; 1)$. Найдите координаты модуль вектора \vec{AB} .
5. Даны точки $A(1;-1;3)$, $B(3;-1;1)$ и $C(-1;1;3)$. Вычислите угол между векторами \vec{AB} и \vec{CB} .

ЗАЧЁТ

«Декартовы координаты и векторы в пространстве»

Вариант № 2

1. Дан прямоугольный треугольник с катетами 6 и 9 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол $\varphi = 60^\circ$.
2. Даны точки $A(0;6;0)$, $B(0;3;3)$, $C(3;4;8)$, $D(1;0;9)$. Какие из этих точек лежат:
 - 1) в плоскости xz ; 2) на оси y ; 3) в плоскости yz .
3. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;1;3)$, $B(1;0;7)$, $C(-2;1;5)$, $D(-1;2;1)$.
4. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(5; 1; 1)$. Найдите координаты и модуль вектора \overline{BA} .
5. Даны точки $A(1;3;0)$, $B(2;3;-1)$ и $C(1;2;-1)$. Вычислите угол между векторами \overline{CA} и \overline{CB} .

ЗАЧЁТ

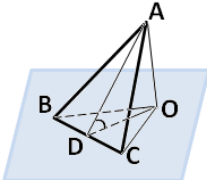
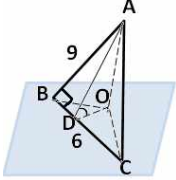
«Декартовы координаты и векторы в пространстве»

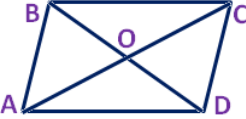
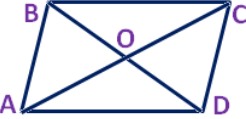
Вариант № 2

1. Дан прямоугольный треугольник с катетами 6 и 9 см. Найти площадь его ортогональной проекции на плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол $\varphi = 60^\circ$.
2. Даны точки $A(0;6;0)$, $B(0;3;3)$, $C(3;4;8)$, $D(1;0;9)$. Какие из этих точек лежат:
 - 1) в плоскости xz ; 2) на оси y ; 3) в плоскости yz .
3. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;1;3)$, $B(1;0;7)$, $C(-2;1;5)$, $D(-1;2;1)$.
4. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(5; 1; 1)$. Найдите координаты и модуль вектора \overline{BA} .
5. Даны точки $A(1;3;0)$, $B(2;3;-1)$ и $C(1;2;-1)$. Вычислите угол между векторами \overline{CA} и \overline{CB} .

ОТВЕТЫ к ЗАЧЁТУ

«Декартовы координаты и векторы в пространстве»

№ варианта	Вариант № 1	Вариант № 2
6.	 $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi$ $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ $S_{\Delta BOC} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos 30^\circ = 36\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 54 (\text{см}^2)$	 $S_{\Delta BOC} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi$ $S_{\Delta ABC} = \frac{ab}{2} = 27$ $S_{\Delta BOC} = 27 \cdot \cos 60^\circ = 27 \cdot \frac{1}{2} = 13,5 (\text{см}^2)$

7.	1) в xy : D ; 2) на оси z : A ; 3) в yz : A ; C .	1) в xz : D ; 2) на оси y : A ; 3) в yz : A ; B .
8.	Воспользуемся формулами для координат середины отрезка в пространстве.  $AC: x = \frac{0+2}{2} = 1; y = \frac{2-2}{2} = 0; z = \frac{-3-1}{2} = -2.$ $BD: x = \frac{-1+3}{2} = 1; y = \frac{1-1}{2} = 0; z = \frac{1-5}{2} = -2.$ Координаты середины отрезков AC и BD совпадают, поэтому диагонали AC и BD четырёхугольника ABCD пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, следовательно четырёхугольник ABCD – параллелограмм.	Воспользуемся формулами для координат середины отрезка в пространстве.  $AC: x = \frac{2-2}{2} = 0; y = \frac{1+1}{2} = 1; z = \frac{3+5}{2} = 4.$ $BD: x = \frac{1-1}{2} = 0; y = \frac{0+2}{2} = 1; z = \frac{7+1}{2} = 4.$ Координаты середины отрезков AC и BD совпадают, поэтому диагонали AC и BD четырёхугольника ABCD пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, следовательно четырёхугольник ABCD – параллелограмм.
9.	$\overline{AB}: 5 - 3 = 2; 1 - (-1) = 2; 1 - 2 = -1.$ $ \overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3.$	$\overline{BA}: 3 - 5 = -2; -1 - 1 = -2; 2 - 1 = 1.$ $ \overline{BA} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3.$
10.	$\overline{AB}: 3-1 = 2; -1 - (-1) = 0; 1 - 3 = -2.$ $\overline{CB}: 3 - (-1) = 4; -1 - 1 = -2; 1 - 3 = -2.$ $\cos \varphi = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CB}}{ \overline{AB} \cdot \overline{CB} } = \frac{2 \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + (-2) \cdot 2}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$	$\overline{CA}: 1 - 1 = 0; 3 - 2 = 1; 0 - (-1) = 1.$ $\overline{CB}: 1 - 2 = -1; 3 - 2 = 1; -1 - (-1) = 0.$ $\cos \varphi = \frac{\overline{CA} \cdot \overline{CB}}{ \overline{CA} \cdot \overline{CB} } = \frac{0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$

**Лист согласования
Дополнения и изменения к комплекту ФОС**

**Дополнения и изменения к комплекту ФОС на _____ учебный год по дисциплине
Математика: алгебра и начала анализа, геометрия**

В комплект ФОС внесены следующие изменения:

Дополнения и изменения в комплекте ФОС обсуждены на заседании
ПЦК _____

« _____ » _____ 20 _____ г. (протокол № _____).

Председатель ПЦК _____ / _____ /