

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области

«Новокуйбышевский гуманитарно-технологический колледж»

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по оценке освоения итоговых образовательных результатов учебной
дисциплины ОУД.02

**Математика: алгебра и начала математического анализа,
геометрия**

программы подготовки специалистов среднего звена

44.02.01 Дошкольное образование

ОДОБРЕНО
на заседании ПЦК
Председатель ПЦК
Н.П. Свириденко

СОГЛАСОВАНО
1-й зам.директора
О.С. Макарова

Разработчик:

ГАПОУ «НГТК»

(место работы)

преподаватель

(занимаемая должность)

И.Г.Фролова

(инициалы, фамилия)

Рецензенты:

ГБПОУ СО ЧГК
им.О.Колычева

(место работы)

преподаватель

(занимаемая должность)

Е.А.Храмцова

(инициалы, фамилия)

ГАПОУ «НГТК»

(место работы)

преподаватель

(занимаемая должность)

Е.А.Лапочкина

(инициалы, фамилия)

Дата актуализации	Результаты актуализации	Подпись разработчика

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка	4
2. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств	5
2.1. Предметы оценивания	5
2.2. Требования к деятельности обучающегося по знаниям и умениям	5
2.3. Объекты оценки	6
3. Инструментарий оценки	7
Практическое задание оценки сформированности знаний	7
Задание 1 Тестирование	13
Условия выполнения задания	13
Эталон ответов	14
Критерии оценки сформированности знаний	15
Практическое задание оценки сформированности умений	16
Задание 2. Комплексное практическое задание	17
Условия выполнения задания	18
Эталон выполнения задания	19
Критерии оценки сформированности	26
Таблица итоговых результатов по освоению дисциплины	28

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для оценки освоения итоговых образовательных результатов дисциплины **Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия** специальности среднего профессионального образования **44.02.01 Дошкольное образование**

Обучающийся, завершивший обучение по дисциплине должен обладать знаниями и умениями, соответствующими требованиям ФГОС СПО.

Нормативными основаниями проведения оценочной процедуры являются:

ФГОС СПО по специальности **44.02.01 Дошкольное образование**, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1351 от 27 октября 2014 года, зарегистрированного Министерством юстиции (рег. № 34898 от 24.11.2014);

Положение о текущем контроле знаний, промежуточной аттестации и переводе обучающихся на следующий курс, утвержденное приказом по ГАПОУ «НГТК» от «09» июля 2016 г. № 178-У.

Формой проведения оценочной процедуры является **экзамен**, который проводится непосредственно после завершения обучения по дисциплине.

Экзамен проводится в форме выполнения теста и серии практических заданий по дисциплине.

Обучающийся, завершивший обучение по учебной дисциплине должен обладать умениями и знаниями, соответствующими требованиям ФГОС СПО. Для положительного заключения по результатам оценочной процедуры по дисциплине установлен показатель, при котором принимается решение:

- оценка 3 «удовлетворительно» не менее 70 % выполнения задания;
- оценка 4 «хорошо» не менее 85 %;
- оценка 5 «отлично» не мене 95 %.

2. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

2.1. Предметы оценивания:

уметь:

выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

находить производные элементарных функций;

использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;

анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач

Знать:

значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

[Добавить ОК+ПК](#)

2.2. Требования к деятельности обучающегося по знаниям и умениям

Требования к знаниям и умениям	Показатели оценки результата
Знать:	Тестирование, Перечень теоретических экзаменационных вопросов
значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	
значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии	
универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности	
вероятностный характер различных процессов окружающего мира.	
Уметь: выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения	2. Комплексное практическое задание, включающее в себя: – решение ситуационных задач
находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах	
выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций	

вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции	
определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках	
строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций	
использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин	
находить производные элементарных функций	
использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков	
применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения	
вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла	
решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы	
использовать графический метод решения уравнений и неравенств	
изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными	
составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах	
решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул	
вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов	
распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями	
описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в	

пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении	
анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве	
изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач	
строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды	
решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов)	
использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	
проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	

2.3. Объекты оценки

Показатели оценки результата	Объекты оценки
1. Проведение тестирования	Оценка результатов решения теста
2. Комплексное практическое задание	Оценка продукта деятельности

РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА

Тема 1.1. Развитие понятия о числе, Степень и корни

Степенная функция. Иррациональные уравнения и неравенства

1 вариант

A1. Решите уравнение $x(x - 5) = -4$

а) 4 и 1; б) 4,5; в) 4; г) -4 и 1; д) 1.

A2. Решите неравенство $6x - 3 < -17 - (-x - 5)$

а) $x < 4$; б) $x < -4$; в) $x > -4$; г) $x > 4$; д) $x < -1,8$.

A3. Вычислите $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : (1 - 0,2) - 3\frac{23}{24}$.

а) $3\frac{11}{12}$; б) 3,9; в) $-3\frac{11}{12}$; г) 4; д) $2\frac{11}{12}$.

A4. Представьте в виде степени и найдите значение выражения $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при $a = 6$.

а) 6; б) $-\frac{1}{6}$; в) 4; г) -6; д) $\frac{1}{6}$.

A5. Постройте график функции $y = 2x + 1$.

B6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найдите второй катет.

а) 4 см; б) 16 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

B7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 608 руб.; в) 8200 руб.; г) 7600 руб.; д) 8000 руб.

C8. Упростите выражение $\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$.

2 вариант

A1. Решите уравнение $x(x - 4) = -3$

а) 3 и 1; б) 4,5; в) 3; г) - 3 и 1; д) 1.

А2. Решите неравенство $5 \cdot (x + 4) < 2 \cdot (4x - 5)$

а) $x < -10$; б) $x < -4$; в) $x > -10$; г) $x > 10$; д) $x < -1,8$.

А3. Вычислите $(\frac{5}{7} : \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{2}{5}) : \frac{8}{11} + 1$.

а) $\frac{15}{14}$; б) 1; в) $-3\frac{11}{12}$; г) - 1; д) $2\frac{11}{12}$.

А4. Представьте в виде степени и найдите значение выражения $\frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6}$ при $c = 4$.

а) 16; б) $-\frac{1}{16}$; в) 4; г) - 16; д) $\frac{1}{16}$.

А5. Постройте график функции $y = -2x + 1$.

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найдите второй катет.

а) 4 см; б) 6 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 688 руб.; в) 9288 руб.; г) 8600 руб.; д) 8000 руб.

С8. Упростите выражение $\frac{x-y}{x+y} - \frac{y}{x-y}$.

Пример Математического диктанта

Вариант 1

1. Понятие действительного числа
2. Свойства степени с действительным показателем

Вариант 2.

1. Понятие иррационального числа
2. Свойства корня n-ой степени

1 вариант

Задание 1. Вычислите:

1) $\sqrt[3]{\frac{54}{250}}$; 2) $\sqrt[3]{38} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{19}}$; 3) $\sqrt[5]{11^{15} d^{10}}$; 4) $(27^{-2/3})^{-2}$.

Задание 2. Найдите значение выражения:

1) $(3\sqrt[3]{2^4\sqrt{2}} - \sqrt[4]{32\sqrt[3]{4}})^{\frac{12}{5}}$; 2) $\frac{25 - d^{-1}}{5 + d^{-0.5}} - 4d^{0.5}$ при $d = 64$.

Задание 3. Упростите выражения:

1) $k^{-5.3} \cdot 4k^{0.1}$; 2) $(\sqrt{x} - 3)^2 + 6x^{\frac{1}{2}}$; 3) $\left(\frac{1}{\sqrt[6]{a-1}} - \frac{\sqrt[6]{a+1}}{\sqrt[3]{a}}\right) : \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a-2\sqrt[6]{a+1}}}$.

Задание 4. Решите уравнения:

1) $\sqrt{12x^2 + 7x - 10} - 4x = 5$; 2) $\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} + \frac{1}{\cos x} = 0$.

Задание 5. Сумма двух чисел равна $\sqrt{18}$, а их разность равна $\sqrt{14}$.

Найдите произведение этих чисел.

Задание 6. При каком значении x значение выражения

$\frac{\sqrt{(m-x)^2} + \sqrt{(m-x)(n-x)} + \sqrt{(n-x)^2}}{\sqrt{(m-x)^2} - \sqrt{(m-x)(n-x)} + \sqrt{(n-x)^2}}$, где $m \neq n$, равно 2,(3)?

Задание 7. При каком наименьшем значении a уравнение $\sqrt{2x-1} + a - x = 0$ имеет единственный корень на промежутке $(0,5; +\infty)$.

2 вариант

Задание 1. Вычислите:

1) $\sqrt[4]{18 \cdot 72}$; 2) $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{6}}$; 3) $\sqrt[5]{3^{10} a^5}$; 4) $(27^{-2/3})^{-2}$.

Задание 2. Найдите значение выражения:

1) $(2\sqrt{40\sqrt{12}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}) \cdot (25 \cdot 27)^{\frac{1}{4}}$; 2) $\frac{16 - p^{-1}}{4 + p^{-0.5}} - 10p^{0.5}$ при $p = 4$.

Задание 3. Упростите выражения:

$$1) c^{4,5} \cdot 13c^{-0,5}; \quad 2) \frac{16 - a^{\frac{2}{7}}}{a^{\frac{1}{7}} + 4} + a^{\frac{1}{7}}; \quad 3) \left(\frac{1}{\sqrt[6]{a-1}} - \frac{\sqrt[6]{a+1}}{\sqrt[3]{a}} \right) : \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a-2\sqrt[6]{a+1}}}.$$

Задание 4. Решите уравнения:

$$1) x + \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1; \quad 2) \sqrt{1 - \sin x} + \cos x = 0.$$

Задание 5. Сумма двух чисел равна $\sqrt{18}$, а их разность равна $\sqrt{14}$.

Найдите произведение этих чисел.

Задание 6. При каком значении x значение выражения

$$\frac{\sqrt{(m-x)^2} + \sqrt{(m-x)(n-x)} + \sqrt{(n-x)^2}}{\sqrt{(m-x)^2} - \sqrt{(m-x)(n-x)} + \sqrt{(n-x)^2}}, \text{ где } m \neq n, \text{ равно } 2, (3)?$$

Задание 7. При каком наименьшем значении a уравнение $\sqrt{2x-1} + a - x = 0$ имеет единственный корень на промежутке $(0,5; +\infty)$.

ИЛИ

Вариант 1

A1. Вычислите: $\sqrt[4]{0,0081 \cdot 16}$.

$$1) 0,12; \quad 2) 1,2; \quad 3) 0,6; \quad 4) 3,6.$$

A2. Вычислите: $\frac{\sqrt[12]{64} \cdot \sqrt[4]{16}}{\sqrt{8}}$.

$$1) 1; \quad 2) 2; \quad 3) \sqrt{2}; \quad 4) 0,5.$$

A3. Вычислите: $14 \cdot 64^{\frac{1}{3}} - 19$.

$$1) -75; \quad 2) 37; \quad 3) 93; \quad 4) 131.$$

A4. Выполните действия $4^{\frac{3}{5}} \cdot 4^{-\frac{2}{3}} : 4^{\frac{4}{15}}$.

$$1) 4^{\frac{1}{5}}; \quad 2) 4^{\frac{1}{3}}; \quad 3) 2^{-\frac{2}{3}}; \quad 4) 2^{-\frac{1}{5}}.$$

A5. Сократите дробь: $\frac{d^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}}}{cd^{\frac{1}{2}} - dc^{\frac{1}{2}}}$.

- 1) cd ; 2) $\frac{1}{cd}$; 3) $\frac{1}{c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}}$; 4) $-\frac{1}{c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}}$.

B1. Вычислите: $\sqrt[4]{6 - \sqrt{12}} \cdot \sqrt[4]{6 + \sqrt{12}} \cdot \sqrt[4]{54}$.

B2. Найдите корень уравнения или сумму корней, если их несколько
 $\sqrt{2x-1} = 2-x$.

B3. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{6-x}{\sqrt{x^2-8x+7}} \geq 0$.

B4. Найдите значение выражения $x_0^2 - y_0$, если $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений $\begin{cases} |x| = 5, \\ \sqrt{x^2 + y} = 6. \end{cases}$

Вариант 2

A1. Вычислите: $\sqrt[3]{0,008 \cdot 64}$.

- 1) 0,8; 2) 1,6; 3) 0,128; 4) 0,4.

A2. Вычислите: $\frac{\sqrt[8]{81} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[3]{216}}$.

- 1) 3; 2) 9; 3) 4,5; 4) 1,5.

A3. Вычислите: $\frac{1}{3} \cdot 216^{\frac{1}{3}} - 9$.

- 1) 3; 2) -21; 3) -7; 4) -11.

A4. Выполните действия $9^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} : 9^{\frac{5}{6}}$.

- 1) $9^{\frac{1}{3}}$; 2) $3^{\frac{2}{3}}$; 3) $9^{\frac{2}{3}}$; 4) $3^{\frac{1}{3}}$.

A5. Сократите дробь: $\frac{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{6}}}$.

- 1) $\frac{x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{3}}}$; 2) $\frac{1}{x^{\frac{1}{6}}}$; 3) $x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}}$; 4) $\frac{x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{3}}}$.

В1. Вычислите: $\sqrt[5]{36 - \sqrt{46}} \cdot \sqrt[5]{36 + \sqrt{46}} \cdot \sqrt[5]{80}$.

В2. Найдите наибольший корень уравнения $x + 1 = \sqrt{7x - 5}$.

В3. Укажите все целые решения неравенства $\frac{(x-2)(x-4)}{\sqrt{x^2+x+1}} < 0$.

В4. Найдите значение выражения $x_0 - y_0^2$, если $(x_0; y_0)$ – решение системы

уравнений
$$\begin{cases} |x| = 3, \\ \sqrt{x + y^2} = 4. \end{cases}$$

Тема 1.2. Показательная и логарифмическая функции

Показательная функция

1 вариант

1. Укажите множество значения функции $y = 5^x + 4$

1) $(0; +\infty)$; 2) $(5; +\infty)$; 3) $(4; +\infty)$; 4) $(-\infty; +\infty)$

2. Найдите число или сумму чисел 5; -2; 0; 6, входящих в множество значений функции $y = 0,1^{x-3}$

1) 5; 2) 3; 3) 11; 4) 7

3. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $0,3^{x+4} = 11\frac{1}{9}$.

1) $(-10; 0)$; 2) $(-6; 3)$; 3) $(3; 5)$; 4) $(5; 11)$

4. Укажите наибольшее из чисел

1) 5^{-3} ; 2) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$; 3) $0,2^{-6}$; 4) $\sqrt[4]{125}$

5. Укажите решения неравенства $3^{x+5} \geq \frac{1}{81}$

1) $(-\infty; 9)$; 2) $[-9; +\infty)$; 3) $(-\infty; -9)$; 4) $[9; +\infty)$

6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} \leq 1$.

7. Решите уравнение $2^{x^2-5x} = \frac{1}{64}$.

8. Укажите промежуток возрастания функции $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{|x|}$.

9. Решите уравнение $\frac{3^{x^2+3x-13} - \frac{1}{27}}{x-2} = 0$.

10. Решите неравенство $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{8+x} - 16}{x^2 + 3x + 9} < 0$.

2 вариант

1. Укажите множество значения функции $y = 2^{x+1}$

- 1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $(1; +\infty)$; 3) $(-1; +\infty)$; 4) $(0; +\infty)$

2. Найдите число или сумму чисел $-5; 3; 4; -6$, входящих в множество значений функции $y = 0,1^x - 3$.

- 1) -5 ; 2) 3 ; 3) 10 ; 4) 7

3. Какому промежутку принадлежит корень уравнения $0,4^{8-x} = 6,25$.

- 1) $(-10; 0)$; 2) $(-6; 3)$; 3) $(3; 5)$; 4) $(5; 11)$

4. Укажите наименьшее из чисел

- 1) $\frac{1}{27}$; 2) $\sqrt{81^{-10}}$; 3) $3^{0,7}$; 4) 1

5. Укажите решения неравенства $\left(\frac{1}{7}\right)^{-x+3} \leq 49$

- 1) $(-\infty; -1]$; 2) $[-1; +\infty)$; 3) $(-\infty; 5]$; 4) $[5; +\infty)$

6. Решить неравенство $5^{x+7} \geq \frac{1}{25}$.

7. Решить уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-4x} = 64$

8. Укажите промежуток убывания функции $y = 7^{|x|}$.

9. Решите уравнение $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{8+x} - 16}{x^2 + 3x + 9} = 0$.

10. Решите неравенство $\frac{3^{x^2+3x-13} - \frac{1}{27}}{x+2} \leq 0$.

Логарифмы

1 вариант

В1. Вычислите $\log_{\frac{1}{2}} 16$.

В2. Вычислите $5^{1+\log_5 3}$.

В3. Вычислите $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$.

В4. Вычислите $16^{\log_2 6} - 5^{-\log_5 \frac{1}{17}}$.

В5. Вычислите $\log_{0,25} 0,64 + \log_{0,5} 10$.

В6. Вычислите $\frac{\log_{0,5} 0,125 \cdot \log_7 64}{\log_7 2}$.

В7. Найдите значение выражения $\log_7 \frac{49}{b}$, если $\log_7 b = 2,5$.

В8. Найдите значение выражения $\log_6^2 27 + \frac{3\log_6 12^3}{\log_{108} 6}$.

В9. Решите уравнение $\log_3 4x - \log_3 6 = \log_3 20$.

В10. Найдите корень или сумму корней уравнения, если их несколько
 $\log_6(2x+12) - \log_6(x-9) = \log_6 x$.

2 вариант

В1. Вычислите $\log_3 \frac{1}{27}$.

В2. Вычислите $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_3 7}$.

В3. Вычислите $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$.

В4. Вычислите $27^{1-\log_3 6} - 4^{-\log_4 0,125}$.

В5. Вычислите $\log_6 144 - \log_{36} 576$.

В6. Вычислите $\frac{\log_4 81 \cdot \log_{1,5} 2,25}{\log_4 3}$.

В7. Найдите значение выражения $\log_5(125m)$, если $\log_5 m = -1,5$.

В8. Найдите значение выражения $\log_{15}^2 81 + \frac{16\log_{15} 75}{\log_{675} 15}$.

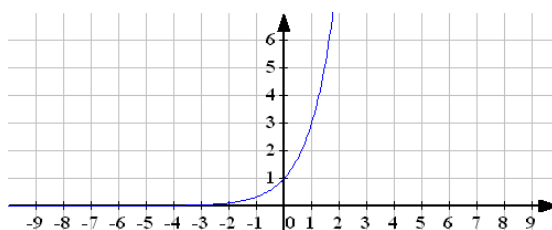
В9. Решите уравнение $\log_5(4x) - \log_5 3 = \log_5 8$.

В10. Найдите корень или сумму корней уравнения, если их несколько $\log_3^2(x+15)^4 = 16\log_3(x+15)$.

Решение показательных уравнений и неравенств

1 Вариант

А1. Какой формулой задается функция, график которой изображен на рисунке?



1) $y = 10^x$; 2) $y = 3^x$; 3) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; 4) $y = 3^{-x}$;

А 2. Решите уравнение $2^{3-x} = 16$.

1) -1 ; 2) 1 ; 3) 7 ; 4) -7 .

А3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $(0,125)^{2-\frac{x}{3}} = 16$.

1) $(9; 11)$; 2) $(9; 10)$; 3) $(3; 5)$; 4) $[0; 3]$.

А 4. Решите уравнение $2^x \cdot \left(16 - \frac{2^{3x}}{8}\right) = 0$.

1) $-\frac{7}{3}$; 2) -2 ; 3) $\frac{7}{3}$; 4) 0 .

А 5. Решите неравенство $0,9^{x^2+x} > 0,9^{12}$.

1) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$; 3) $(-4; 3)$; 4) $(-3; 4)$.

А 6. Найдите наибольшее целое решение неравенства $(\sqrt{2}-1)^{2x+5} > (\sqrt{2}-1)^{-x-7}$.

1) -5 ; 2) -4 ; 3) -3 ; 4) 0 .

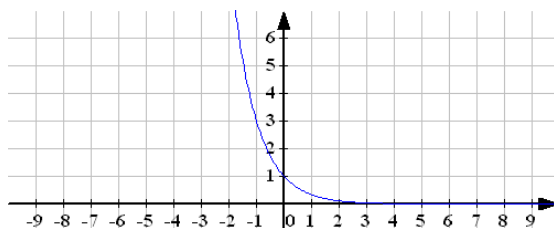
В1. Решите уравнение $9^x + 3 = 4 \cdot 3^x$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

В2. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее множеству решений неравенства $0,2^{3-x} > \frac{1}{25}$.

В3. Найдите нули функции $y = 0,5 \cdot 2^{|x+1|} - 2^{|x-1|}$.

2 Вариант

А 1. Какой формулой задается функция, график которой изображен на рисунке?



1) $y = (0,1)^x$; 2) $y = 3^x$; 3) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; 4) $y = 3^{-x}$;

А 2. Решите уравнение $3^{4-x} = 27$.

- 1) 1; 2) 4; 3) -1; 4) 0.

А 3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $4^{2x} \cdot 4^5 = 4^{-3x}$.

- 1) $(-\infty; -1]$; 2) $(-0,8; 2]$; 3) $(2; 3,5)$; 4) $[4; 10)$.

А 4. Решите уравнение $3^x \cdot \left(81 - \frac{3^{3x}}{27}\right) = 0$.

- 1) $-\frac{7}{3}$; 2) $\frac{7}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{1}{3}$.

А 5. Решите неравенство $0,3^7 > 0,3^{x^2+6x}$.

- 1) $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$; 2) $(-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$; 3) $(-1; 7)$; 4) $(-7; 1)$.

А 6. Найдите наибольшее целое решение неравенства $(\sqrt{10} - 2)^{x+10} > (\sqrt{10} - 2)^{10-x}$.

- 1) -1; 2) -2; 3) -5; 4) -10.

В1. Решите уравнение $4^x - 2 = -2^x$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

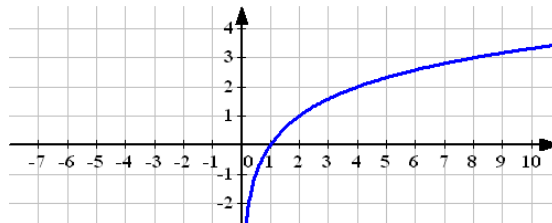
В2. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее множеству решений неравенства $2^{x+4} > \frac{1}{32}$.

В3. Найдите нули функции $y = 2^{|4x-6|} - 4^{|3x-4|}$.

Логарифмы. Логарифмические уравнения и неравенства

1 Вариант

А1. Какой формулой задается функция, график которой изображен на рисунке?



- 1) $y = 4^x$; 2) $y = 2^x$; 3) $y = \log_4 x$; 4) $y = \log_2 x$.

А 2. Вычислите $13^{\log_3 7} - 2$.

- 1) 13; 2) 9; 3) 22; 4) 5.

А3. Вычислите $\frac{\log_{0,7} 64}{\log_{0,7} 22 - \log_{0,7} 44}$.

- 1) 4; 2) -2; 3) 8; 4) -6.

А 4. Решите уравнение $\log_3(x-2)=2$.

- 1) 10; 2) 8; 3) 4; 4) 11.

А 5. Решите неравенство $\log_{0,2} x \leq 4$.

- 1) $(0; 0,0016]$ 2) $(-\infty; 0,0016)$ 3) $[0,0016; +\infty)$ 4) $[0,016; +\infty)$

А 6. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\log_3(x^2 + 6) \leq \log_3 5x$.

- 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 1.

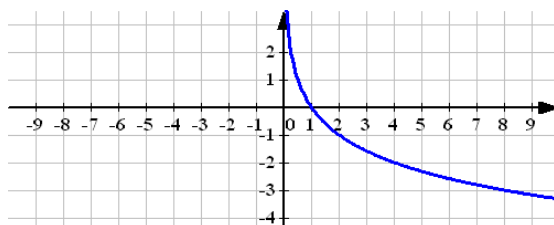
В4. Решите уравнение $(x^2 - 4)\log_2(-x) = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

В5. Найдите произведение корней уравнения $5^{\log_{25} 9} = \log_2(x^2 + 2x)$.

В6. При каких значениях x график функции $y = \log_{\sqrt{3}}(2x-3)$ лежит выше прямой $y = 4$?

2 Вариант

А 1. Какой формулой задается функция, график которой изображен на рисунке?



- 1) $y = 2^x$; 2) $y = \log_2 x$; 3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = \log_{0,5} x$.

А 2. Вычислите $17^{\log_7 3} + 17$.

- 1) 17; 2) 10; 3) 20; 4) 24.

А 3. Вычислите $\frac{2\log_2 \frac{1}{6} - \log_2 \frac{1}{9}}{\log_2 256}$.

- 1) -0,25; 2) 4; 3) $\frac{1}{16}$; 4) $\frac{1}{4}$.

А 4. Решите уравнение $\log_2(x-3)=2$.

- 1) 7 2) 3 3) 11 4) 4

А 5. Решите неравенство $\log_{0,7} x \leq 2$.

- 1) $(0,49;+\infty)$ 2) $[0,49;+\infty)$ 3) $[4,9;+\infty)$ 4) $(0; 0,49]$

А 6. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\log_{102}(x^2 + 12) \leq \log_{102} 7x$.

- 1) 0; 2) 3; 3) 4; 4) 5.

В1. Решите уравнение $(x-5)\log_{1,2}(2-x)^2 = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

В2. Найдите сумму корней уравнения $\log_2(x^2 + 3) - \log_2 x = 2$.

В3. При каких значениях x график функции $y = \log_{0,3}(2-3x)$ лежит выше прямой $y=1$?

Тема 1.3. Тригонометрические формулы

Углы и их измерения. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса

1 часть

1. Градусная мера угла $\frac{7\pi}{6}$ рад равна:

- 1) 150° 2) 330° 3) 210° 4) 420°

2. Точка единичной окружности с абсциссой -1 соответствует числу:

- 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) π ; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) 2π .

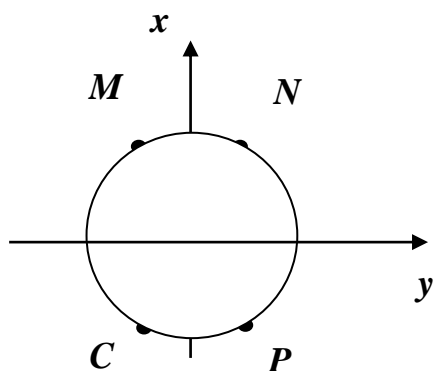
3. Найдите выражение для $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = b$ и $\pi < \alpha < 2\pi$:

- 1) $1-b$; 2) $\sqrt{1-b^2}$; 3) $-\sqrt{1-b^2}$; 4) $1-b^2$.

4. Из данных чисел выберите наибольшее:

- 1) $\sqrt{3}$; 2) $2\sin \frac{\pi}{6}$; 3) $1,5\cos \frac{\pi}{6}$; 4) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$.

5. Одна из точек M , N , C , P соответствует числу $\frac{7\pi}{3}$. Какая именно?



- 1) N ;
2) M ;
3) P ;
4) C .

6. Расположите в порядке возрастания числа a, b, c , если $a = \cos 90^\circ$, $b = \cos 225^\circ$, $c = \cos 360^\circ$.

- 1) b, a, c ; 3) a, b, c ;

2) b, c, a ;

4) a, c, b .

7. Приведите $\sin \frac{18\pi}{5}$ к тригонометрической функции из промежутка $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

1) $-\sin \frac{2\pi}{5}$;

2) $\sin 1,6\pi$;

3) $\sin \frac{2\pi}{5}$;

4) другой ответ.

8. Какие из условий могут выполняться одновременно:

1) $\sin \alpha = 1$ и $\cos \alpha = -0,7$;

3) $\sin \alpha = 0,3$ и $\cos \alpha = -0,7$;

2) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3}$ и $\cos \alpha = \frac{1}{3}$;

4) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2 часть

1. Радианная мера двух углов треугольника равна $\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{4}$. Найдите градусную меру каждого угла этого треугольника.

2. Сколько чисел на промежутке $[0; 3\pi]$ соответствует точке единичной окружности с ординатой -1 .

3. Найдите значение $\sin 120^\circ$.

4. Найдите все значения x , при которых выражение $\frac{2}{\cos x}$ не имеет смысла?

5. Радиус-вектор точки M единичной окружности повернулся из начального положения на угол, равный 240° . Какой путь прошла эта точка?

Раздел 2 Геометрия

Тема 2.1. Прямые и плоскости в пространстве

Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них

Задание 1. *Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.*

- 1) Верно ли, что если концы отрезка лежат в данной плоскости, то и его середина лежит в этой плоскости?
- 2) Могут ли две плоскости иметь общую точку, но не иметь общей прямой?
- 3) Точка A не лежит в плоскости KMN . Назовите прямую пересечения плоскостей AMN и AKM .

- 4) Даны точки A, B, C и D . Плоскость α проходит через прямую AB , но не проходит через точку C . Прямые AD и BC пересекаются в точке B . Сколько данных точек лежит в плоскости α ?
- 5) В пространстве даны прямая и точка. Сколько различных плоскостей можно через них провести?
- 6) Верно ли, что если три данные точки лежат в одной плоскости, то они не лежат на одной прямой?
- 7) Могут ли три прямые иметь общую точку, но не лежать в одной плоскости?
- 8) Плоскости CBD и EDC пересекаются по прямой a . Назовите две точки, лежащие на прямой a .
- 9) Даны точки A, B, C и D . Плоскость α проходит через точки B, C и D , но не проходит через точку A . Назовите три из данных точек, которые могут лежать на одной прямой.
- 10) Три прямые пересекаются в точке A . Через данную точку необходимо провести плоскость, содержащую ровно две из трёх данных прямых. Сколько таких плоскостей можно провести?
- 11) Верно ли, что если через четыре точки проходит плоскость, то такая плоскость – единственная?
- 12) Могут ли три прямые, пересекающиеся в одной точке, определять в пространстве ровно две плоскости?
- 13) Прямые AB, AC и AD не лежат в одной плоскости. Точка E лежит в плоскости $B CD$. Назовите прямую пересечения плоскостей ABE и $B CD$.
- 14) Даны точки A, B, C, D и E . Плоскость α проходит через точки A и B , но не проходит через точки C, D и E . Среди данных точек назовите точку, которая не может лежать на прямой AD .
- 15) В пространстве даны две пересекающиеся прямые и точка, не лежащая ни на одной из них. Сколько различных плоскостей, содержащих все три данные фигуры, можно провести в пространстве?

Задание 2.

- 1) Определите число вершин, рёбер и граней: а) 5-угольной призмы; б) n – угольной призмы.
- 2) Найдите число диагоналей: а) 6-угольной призмы; б) n – угольной призмы.

Взаимное расположение прямых в пространстве.

Параллельность прямой и плоскости.

- 1) Верно ли, что две параллельные прямые лежат в одной плоскости?

- 2) Может ли прямая, параллельная плоскости, пересекать какую-либо прямую этой плоскости?
- 3) Определите взаимное расположение прямой a и плоскости α , если $a \parallel b$, и прямая b пересекает плоскость α ?
- 4) Дана плоскость β и прямые a, b и c . Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости β . Назовите эту прямую, если $a \parallel c$, прямые b и c пересекаются, а прямая c лежит в плоскости β .
- 5) Поставьте вместо пропуска слова «прямой» или «плоскости» так, чтобы данное утверждение было верным: «Две прямые, параллельные некоторой . . . , параллельны».
- 6) Верно ли, что если одна из двух параллельных прямых лежит в некоторой плоскости, то и вторая прямая лежит в этой плоскости?
- 7) Может ли прямая в пространстве пересекать одну из двух параллельных прямых, но не пересекать другую?
- 8) Определите взаимное расположение прямой a и плоскости α , если в плоскости α не существует прямой, пересекающей a .
- 9) Дана плоскость β и прямые a, b и c , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая a лежит в плоскости β , $b \parallel \beta$, а прямая c пересекает плоскость β .
- 10) Поставьте вместо пропуска слова «прямая» или «плоскость» так, чтобы данное утверждение было верным: «Если некоторая . . . параллельна каждой из двух данных прямых, то данные прямые могут пересекаться».
- 11) Верно ли, что две прямые, параллельные одной плоскости, параллельны?
- 12) Могут ли прямые AB и CD быть параллельными, если прямые AD и BC пересекаются?
- 13) Определите взаимное расположение прямой a и плоскости α , если $a \parallel b$, $b \parallel \alpha$, и прямая a пересекается с прямой c , лежащей в плоскости α .
- 14) Даны плоскости α и β , пересекающиеся по прямой a , и прямые b и c , причём две из трёх данных прямых параллельны. Назовите параллельные прямые, если прямая b параллельна α и пересекает β , а прямая c пересекает прямую b ?
- 15) Поставьте вместо пропуска слова «прямая» или «плоскость» так, чтобы данное утверждение было верным: «Если некоторая . . . пересечена тремя данными параллельными прямыми, то данные прямые лежат в одной плоскости».
- 16) Верно ли, что если две прямые в пространстве не пересекаются, то они параллельны?
- 17) Определите взаимное расположение прямых a и b , если прямая a лежит в плоскости α , а прямая b пересекает плоскость α в точке, не лежащей на прямой a .

- 18) Прямая l пересекает плоскость треугольника ABC в точке B . Назовите прямую, скрещивающуюся с li и содержащую сторону данного треугольника.
- 19) Определите, верно ли *на плоскости, в пространстве* или *и на плоскости, и в пространстве* данное утверждение: «Если две различные прямые не пересекаются, то они параллельны».
- 20) Верно ли, что две прямые, параллельные одной плоскости, могут быть скрещивающимися?
- 21) Могут ли в пространстве два угла с соответственно параллельными сторонами не быть равными?
- 22) Определите, какой из случаев взаимного расположения прямых a и b невозможен, если прямая a пересекается с прямой c , а $b \parallel c$.
- 23) Прямоугольник $ABCD$ и треугольник BEC не лежат в одной плоскости. Назовите прямую, содержащую сторону одной из данных фигур и скрещивающуюся с прямой AB .
- 24) Поставьте вместо пропуска слова «параллельны», «пересекаются» или «скрещиваются» так, чтобы данное утверждение было верно на плоскости, но неверно в пространстве: «Если две прямые не имеют общих точек, то они . . .».
- 25) Верно ли, что любая плоскость, содержащая одну из двух скрещивающихся прямых, пересекает вторую прямую?
- 26) Укажите все возможные случаи взаимного расположения прямых a и b , если прямая a лежит в плоскости α , а прямая b пересекает плоскость α .
- 27) Прямоугольник $ABCD$ и треугольник BEC не лежат в одной плоскости. Назовите все прямые, содержащие две вершины данных фигур и скрещивающиеся с прямой AB .
- Сформулируйте какое-либо утверждение о двух прямых, не имеющих общих точек, которое верно в пространстве, но неверно на плоскости

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми

1 вариант

1. Даны параллельные плоскости α и β . Через точки A и B плоскости α даны параллельные прямые, пересекающие плоскость β в точках A_1 и B_1 . Найдите A_1B_1 , если $AB = 5$ см.
2. Верно, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
3. Две плоскости параллельны между собой. Из точки M , не лежащей ни в одной из этих плоскостей, ни между плоскостями, проведены две прямые, пересекающие эти плоскости соответственно в точках A_1 и A_2 , B_1 и B_2 . Известно, что $MA_1 = 4$ см, $B_1B_2 = 9$ см, $A_1A_2 = MB_1$. Найдите MA_2 и MB_2

2 Вариант

1. Отрезки АВ и СД параллельных прямых заключены между параллельными плоскостями. *Найдите* АВ, если $CD=3\text{см}$
2. Верно ли утверждение, что плоскости параллельны, если две прямые лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым другой плоскости?
3. Две плоскости параллельны между собой. Из точки М, не лежащей ни в одной из этих плоскостей, ни между плоскостями, проведены две прямые, пересекающие эти плоскости соответственно в точках А1 и А2, В1 и В2. Известно, что $MA_1=4\text{см}$, $B_1B_2=9\text{см}$, $A_1A_2=MB_1$. *Найдите* МА2 и МВ2

Перпендикуляр и наклонная. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.

1 вариант

Уровень А.

1. Могут ли скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными?
2. Какие между собой две прямые перпендикулярные к одной плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны одного треугольника?
4. Прямая \perp к одной из двух пересекающихся плоскостей, может ли она быть \perp к другой плоскости?
5. Если две плоскости \perp к одной прямой, каковы они между собой?
6. Сколько наклонных можно провести из одной точки к плоскости?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 70° ?

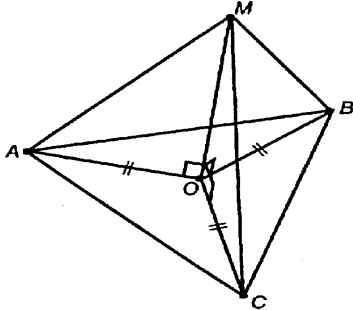
Уровень В.

Решите задачи.

8. Перекладина длиной 5 м лежит своими концами на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 5 см и 8 см. Проекция одной из них на 3 см больше другой. Найдите проекции наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см . Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB = 6\text{ см}$.



- а) 4 см ;
- б) 8 см ;
- в) 6 см ;
- г) 2 см

2 вариант

Уровень А.

1. Как расположены друг к другу рёбра, выходящие из одной вершины куба?
2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, будет ли вторая прямая, тоже перпендикулярна к этой плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны трапеции?
4. Что называют расстоянием от точки до плоскости?
5. Сколько перпендикуляров можно провести из одной точки к плоскости?
6. Может ли перпендикуляр быть длиннее наклонной, проведённой из этой же точки?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 120° ?

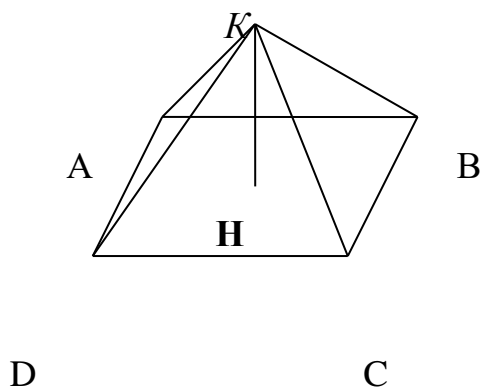
Уровень В.

Решите задачи.

8. Какой длины нужно взять перекладину, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м , поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекции наклонных равны 17 см и 7 см . Найдите длины наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки K до каждой из вершин квадрата $ABCD$ равно 5 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости ABC , если $AB = 3\sqrt{2}$ см.



- а) 4 см;
б) $4\sqrt{2}$ см;
в) 2 см;
г) $\sqrt{34}$ см.

Обобщенный тест для проверки знаний по теме

1 вариант

Уровень А.

1. Напишите обозначение прямых.
2. Напишите обозначение отрезков.
3. Напишите обозначение углов.
4. Напишите обозначение плоскостей.
5. Сколько плоскостей можно провести через одну прямую?
6. Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
7. Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
9. Прямые a и b параллельны прямой c . Как расположены между собой прямые a и b ?
10. Две плоскости параллельны одной прямой. Параллельны ли они между собой?
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \times \gamma = a$, $\beta \times \gamma = b$. Что можно сказать о прямых a и b ?

12. У треугольника основание равно 18 см. Чему равна средняя линия треугольника?

13. Стороны основания трапеции равны 12 см и 7 см. Чему равна средняя линия трапеции?

14. У данного четырехугольника противоположные стороны равны и параллельны. Диагонали равны 15 см и 13 см. Является ли четырехугольник прямоугольником?

Уровень В.

15. Точки K, M, P, T не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые KM и PT пересекаться? Ответ обосновать.

16. Схематично изобразите плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее постройте отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M проведите параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найдите длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 7$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 6$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 3 : 2$.

2 вариант

Уровень А.

1. Напишите обозначение плоскостей.
2. Напишите обозначение прямых.
3. Напишите обозначение углов.
4. Назовите основные фигуры в пространстве.

5. Сколько плоскостей можно провести через три точки?
6. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
7. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
8. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости?
9. Всегда ли через две параллельные прямые можно провести плоскость?
10. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости??
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, прямая m лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
12. У треугольника основание равно 10 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13. Стороны основания трапеции равны 13 см и 4 см. Чему равна средняя линия трапеции?
14. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона треугольника параллельна плоскости α ?

Уровень В.

15. Прямые EN и KM не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые EM и NK пересекаться? Ответ обосновать.
16. Схематично изобразите плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее постройте отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M проведите параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найдите длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 3$ м, $BB_1 = 17$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 10$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 2 : 3$.

Тема 2.2. Многогранники

Многогранники

1 вариант

1. Верное утверждение

- а) параллелепипед состоит из шести треугольников;
- б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;
- в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

2. Количество ребер шестиугольной призмы

- а) 18 б) 6 в) 24 г) 12 д) 15

3. Наименьшее число граней призмы

- а) 3 б) 4 в) 5 г) 6 д) 9

4. Не является правильным многогранником

- а) правильный тетраэдр;
- б) правильная призма;
- в) правильный додекаэдр;
- г) правильный октаэдр.

5. Верное утверждение:

- а) выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер;
- б) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр – это одно и то же;
- в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту.

6. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

- а) диагональю;
- б) медианой;
- в) апофемой.

7. Свойство пирамиды: если две грани пирамиды перпендикулярны основанию, то их линия пересечения является

- а) высотой пирамиды
- б) апофемой пирамиды
- в) радиусом окружности, описанной около основания

8. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий

- а) любые две вершины многогранника;
- б) две вершины, не принадлежащие одной грани;
- в) две вершины, принадлежащие одной грани.

2 вариант

1. Верное утверждение

- а) тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;
- б) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;
- в) параллелепипед имеет всего шесть ребер.

2. Количество граней шестиугольной призмы

- а) 6 б) 8 в) 10 г) 12 д) 16

3. Наименьшее число ребер призмы

- а) 9 б) 8 в) 7 г) 6 д) 5

4. Не является правильным многогранником

- а) правильный тетраэдр;
- б) правильный додекаэдр;
- в) правильная пирамида;
- г) правильный октаэдр.

5. Верное утверждение:

- а) правильный додекаэдр состоит из восьми правильных треугольников;
- б) правильный тетраэдр состоит из восьми правильных треугольников;
- в) правильный октаэдр состоит из восьми правильных треугольников.

6. Усеченная пирамида называется правильной, если
- а) ее основания – правильные многоугольники;
 - б) она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию;
 - в) ее боковые грани – прямоугольники.
7. Свойство пирамиды: если боковые ребра пирамиды равнонаклонены к основанию, то они равны, а вершина пирамиды проектируется в центр окружности
- а) описанной около основания;
 - б) вписанной в основание;
 - в) основания.
8. Апофема – это
- а) высота пирамиды;
 - б) высота боковой грани пирамиды;
 - в) высота боковой грани правильной пирамиды

Раздел 3 Алгебра

Тема 3.1. Тригонометрические уравнения и функции

1 вариант

Задание 1. Решите уравнения:

1) $\sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2};$

2) $2 \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1;$

3) $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2};$

4) $\cos 5x \cos 4x + \sin 5x \sin 4x = -\frac{1}{2};$

5) $\cos x^2 = \frac{1}{2}.$

Задание 2. Укажите наименьший положительный корень уравнения (результат представьте в градусной мере).

$$\operatorname{tg}(4x + 60^\circ) = \sqrt{3}.$$

Задание 3. Укажите наименьший неотрицательный корень уравнения

$$\sin^2 x - 6\sin x + 5 = 0.$$

Задание 4. Найдите корень уравнения $6\cos(\pi - x) = \sin 2x$, принадлежащего отрезку $[\pi; 2\pi]$.

Задание 5. Решите уравнения:

1) $1 - 2\cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg}^2 x = 0$;

2) $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

2 вариант

Задание 1. Решите уравнения:

1) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$;

2) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$;

4) $\sin 2006x \cos 2005x - \sin 2005x \cos 2006x = -1$

5) $3\sin\sqrt{x} = 0$.

Задание 2. Укажите наименьший положительный корень уравнения (результат представьте в градусной мере).

$$\operatorname{tg}(2x + 15^\circ) = 1.$$

Задание 3. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения

$$6\sin^2 x + 11\sin x + 4 = 0.$$

Задание 4. Найдите корень уравнения $6\cos(\pi - x) = \sin 2x$, принадлежащего отрезку $[\pi; 2\pi]$.

Задание 5. Решите уравнение:

1) $1 - 2\cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg}^2 x = 0$;

2) $2\sin^2 x + \sin 2x + \cos^2 x = 2,5$.

Тригонометрические функции

1 вариант

Часть 1

1. Найдите область значений функции $z = 3 \sin x$.
2. Определите период функции: $z = \frac{1}{2} \cos 3t$.
3. Является ли функция чётной или нечётной: $z = -\sin t$.
4. Найдите нули функции: $z = 4 \cos \left(t + \frac{\pi}{4}\right)$.
5. Определите наибольшее и наименьшее значения функции: $z = 5 \sin t + 2$.

Часть 2

1. Постройте график функции $z = 3 \cos \left(t - \frac{\pi}{3}\right)$.

Найдите для данной функции:

- 1) область определения;
- 2) множество значений;
- 3) наибольшее и наименьшее значения, при каких значениях t достигаются;
- 4) непрерывность;
- 5) период;
- 6) чётность/ нечётность;
- 7) нули;
- 8) промежутки знакопостоянства;
- 9) промежутки монотонности.

Тригонометрические уравнения и неравенства.

1 вариант

A1. $\arccos a$ имеет смысл, если:

а) $a \in [0; \pi]$; б) $a \in [-1; 1]$; в) $a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; г) $a \in (-1; 1)$.

A2. Решением уравнения $\cos x = 0$ являются:

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. Вычислите: $\arcsin 0 + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$

а) 0,5; б) 1; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A 4. Уравнение $2 \operatorname{tg} x = -3$:

- а) имеет одно решение;
- б) не имеет решения;
- в) имеет два решения;

г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

г) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. Решите уравнение:

$$\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

С. Решите неравенство:

$$\sin x \geq \frac{1}{2}$$

2 вариант

A1. $\arcsin a$ имеет смысл, если:

а) $a \in [0; \pi]$; б) $a \in [-1; 1]$; в) $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; г) $a \in (-1; 1)$.

A2. Решением уравнения $\cos x = -1$ являются:

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. Вычислите: $\arccos 0 + \operatorname{arctg} 1$

а) 0,5; б) 1; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{3\pi}{4}$.

A 4. Уравнение $\operatorname{ctg} x - 4 = 0$:

а) имеет одно решение; б) не имеет решения; в) имеет два решения;

г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

а) $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

г) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. Решите уравнение:

$$\sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$$

С. Решите неравенство:

$$\cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Тема 3.3. Последовательности

Вопросы для математического диктанта

1. Дайте определение числовой последовательности.
2. Перечислите способы задания последовательностей.
3. Какие последовательности называют ограниченными?
4. Сформулируйте определение предела числовой последовательности.
5. Сформулируйте необходимые условия сходимости последовательности.
6. Сформулируйте достаточные условия сходимости последовательности
7. Дайте определение предела функции в точке.
8. Перечислите основные теоремы о пределах функции в точке.

Раздел 4 Геометрия

Тема 4.1. Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве

1 вариант

Задание 1. Упростите выражение: $\vec{AB} + \vec{MN} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{PQ} + \vec{NM}$.

Задание 2. На прямой взяты точки A, B, M так, что $|\overline{MA}| : |\overline{MB}| = 4$. Выразите вектор \overline{AB} через \overline{MB} .

Задание 3. Точка K – середина ребра B_1B параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Разложите вектор $\overline{D_1 K}$ по векторам $\vec{a} = \overline{D_1 A_1}$, $\vec{b} = \overline{D_1 C_1}$, $\vec{c} = \overline{D_1 D}$.

2 вариант

Задание 1. Дана треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$. Укажите вектор \vec{x} , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что $\overline{AA_1} + \overline{B_1 C} - \vec{x} = \overline{BA}$.

Задание 2. Основанием пирамиды с вершиной O является параллелограмм $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке M . Разложите векторы \overline{OD} и \overline{OM} по векторам $\vec{a} = \overline{OA}$, $\vec{b} = \overline{OB}$ и $\vec{c} = \overline{OC}$.

Задание 3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $M \in B_1 C_1$, $\frac{B_1 M}{MC_1} = \frac{2}{5}$.

Выразите вектор \overline{AM} через векторы, $\vec{b} = \overline{AB}$, $\vec{a} = \overline{AD}$, $\vec{c} = \overline{AA_1}$.

3 вариант

Задание 1. Дана треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$. Укажите вектор \vec{x} , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что $\overline{AC_1} - \overline{BB_1} + \vec{x} = \overline{AB}$.

Задание 2. Точка K – середина ребра $B_1 C_1$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Разложите вектор \overline{AK} по векторам $\vec{a} = \overline{AB}$, $\vec{b} = \overline{AD}$, $\vec{c} = \overline{AA_1}$ и найдите длину этого вектора, если ребро куба равно m .

Задание 3. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $KD_1 = 3A_1 K$, $MC = 2BM$. Выразите вектор \overline{KM} через векторы $\vec{a} = \overline{AA_1}$, $\vec{b} = \overline{AB}$, $\vec{c} = \overline{AD}$.

1 вариант

1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(5; -1; 3)$, $B(2; -2; 4)$.
2. Даны векторы $\vec{b} \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} \{1; 4; -3\}$. Найдите $|2\vec{b} - \vec{c}|$.
3. Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $A(1; -2; -4)$.
Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

2 вариант (повышенного уровня)

1. Середины сторон треугольника ABC имеют координаты: $M(3; -2; 5)$, $N(3,5; -1; 6)$, $K(-1,5; 1; 2)$. Найдите координаты вершин треугольника ABC .
2. Даны точки $A(-2; 1; 2)$, $B(-6; 3; -2)$. Найдите на оси аппликат точку C , равноудалённую от точек A и B .
3. Используя координаты точек A , B и C из первого задания, найдите площадь треугольника ABC .

Тема 4.2. Цилиндр, конус и шар. Объёмы тел

Геометрические тела и поверхности

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 36 см. Найдите радиус основания цилиндра.
2. Площадь осевого сечения цилиндра $12\sqrt{\pi}$ дм², а площадь основания равна 64 дм². Найдите высоту цилиндра.
3. Отрезок CD равен 25 см, его концы лежат на разных окружностях основания цилиндра. Найдите расстояние от отрезка CD до основания цилиндра, если его высота 7 см, а диаметр основания 26 см.
4. Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
5. Радиус основания конуса равен $7\sqrt{2}$ см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
6. Отрезок DE – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 9 см. KO – высота конуса, причём $KO = 3\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от точки O (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки D , E и K .

7. Сфера проходит через вершины квадрата $CDEF$, сторона которого равна 18 см. Найдите расстояние от центра сферы – точки O до плоскости квадрата, если радиус сферы OE образует с плоскостью квадрата угол, равный 30° .
8. Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK = 9$ см, $MN = 13$ см, $KN = 14$ см и расстояние от центра шара O до плоскости MNK равно $\sqrt{6}$ см.
9. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 6 см.

1 вариант

Задание 1. Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см, 12 см и 6,5 см. Плотность кирпича равна 1,8 г/см³. Найдите его массу.

Задание 2. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом 45°. Объем призмы равен 108 см³. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Задание 3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.

2 вариант

Задание 1. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2,5 см, 5 см и 6 см. Найдите ребро куба, объем которого в два раза больше объема данного параллелепипеда.

Задание 2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и углом 60°. Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

Задание 3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.

Раздел 5 Элементы анализа

Тема 5.1. Производная

1 вариант

Уровень А.

A1. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$.

- 1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

A2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 + \cos x$.

- 1) $2x + \sin x$; 2) $2x - \sin x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \sin x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \sin x$.

A3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

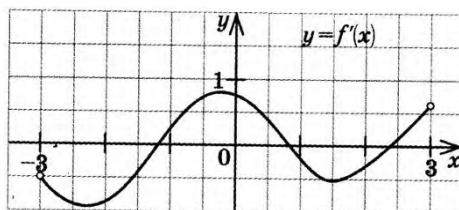
- 1) $y = 7x + 13$; 2) $y = 7x + 15$; 3) $y = -7x + 15$; 4) $y = -7x + 13$.

A4. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки B этой прямой изменяется по закону $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$ (t – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с.

- 1) 16; 2) 15; 3) 14; 4) 13.

Уровень В.

B5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-3; 3)$. Сколько точек максимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



B6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3x - 13$ в точке $x_0 = -1$.

B7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (7x + 4)^5$; б) $y = 3e^{3x} + 2\sin x$.

Уровень С.

C8. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе $y = x^2 - 9$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

2 вариант

Уровень А.

А1. Найдите $f'(16)$, если $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$.

- 1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 - \sin x$.

- 1) $2x + \cos x$; 2) $2x - \cos x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \cos x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \cos x$.

А3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+2}$ в точке с абсциссой x_0

$= -3$ имеет вид:

- 1) $y = -5x + 23$; 2) $y = -5x + 21$; 3) $y = 5x + 23$; 4) $y = 5x + 21$.

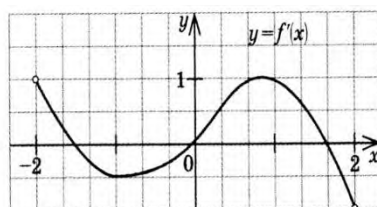
А4. Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S(t) = t + 0,4t^2 - 6$ (м), где t – время движения в секундах.

Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

- 1) 10; 2) 9; 3) 8; 4) 7.

Уровень В.

В5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-2; 2)$. Сколько точек минимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В6. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

В7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (4x + 7)^3$; б) $y = x \cdot \operatorname{tg} 3x$.

Уровень С.

С8. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе $y = x^2 - 4$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

Тема 5.2. Применение производной к исследованию функций и построению графиков

1 вариант

Уровень А.

А1. Сколько интервалов убывания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x$?

А. 1. Б.2. В. 3. Г. Ни одного

А2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$?

А. 2. Б.1. В. 3. Г. Ни одной

А3. Значение функции $y = -x^2 + 4x + 2$ в точке максимума равно

А. 0. Б.2. В. 6. Г.8.

А4. Точкой максимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 2$ является

А. - 1. Б.3,5. В. - 3. Г. - 3,5.

Уровень В.

В5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x - 6$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

С6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ и постройте её график.

2 вариант

Уровень А.

А1. Сколько интервалов возрастания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x^2$?

А. 1. Б. Ни одного. В. 2. Г. 3

А2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

А. Ни одной. Б. 3. В. 1. Г. 2.

А3. Значение функции $y = 2x^2 - 8x + 11$ в точке минимума равно

А. 0. Б.5. В. 2. Г.3.

A4. Точкой минимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 5$ является...

А. $\frac{1}{8}$. Б. 2,5. В. -3. Г. -1.

Уровень В.

B5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

C6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^2 - 3x + 1$ и постройте её график.

Тема 5.3. Интеграл

1 вариант

Уровень А.

A1. Вычислите интеграл: $\int_1^2 (3x^2 + x - 4) dx$;

A2. Для функции $f(x) = 3 \sin x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

A3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 0,5x^2$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 0$.

A4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = x^3 - 4$, $f(x) = 3x^2$.

Уровень В.

B5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (x-3)^2] dx$

Уровень С.

C6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x - x^2$ и $y = 2x$.

2 вариант

Уровень А.

А1. . Вычислите интеграл: а) $\int_1^2 (4x^3 - x + 5)dx$;

А2. Для функции $f(x) = 2\cos x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$

А3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 0$.

А4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = 2x - x^2$, $f(x) = 2 - 2x$.

Уровень В.

В5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (1-x)^2] dx$

Уровень С.

С6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -6x - x^2$ и $y = -2x$.

Тема 5.4 Теория вероятностей и математическая статистика

Уровень А.

А1. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

- 1) завтра будет хорошая погода;
- 2) в январе в городе пойдет снег;
- 3) в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
- 4) на день рождения вам подарят говорящего крокодила;
- 5) круглая отличница получит двойку;
- 6) камень, брошенный в воду утонет.

А2. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, – 1.

А3. Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 3 или делится на 2? Определите вид события.

- а) сложение событий; б) произведение событий.

А4. На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?

А5. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:

- а) одно из выбранных чисел – двойка; б) оба числа нечетные.

В6. В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

В7. На каждой карточке написана одна из букв к, л, м, н, о, п. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «клоп»?

Уровень С.

С8. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

2 вариант

Уровень А.

A1. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

- 1) вы выходите на улицу, а навстречу идет слон;
- 2) вас пригласят лететь на Луну;
- 3) черепаха научится говорить;
- 4) выпадет желтый снег;
- 5) вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
- 6) после четверга будет пятница.

A2. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 15, 4, 12, – 3, 15.

A3. Какова вероятность того, что первое из задуманных двузначных чисел делится на 2, а второе – делится на 5? Определите вид события.

- а) сложение событий; б) произведение событий.

A4. Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?

A5. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:

- а) одно из выбранных чисел – единица; б) оба числа четные.

Уровень В.

B6. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?

B7. На каждой карточке написана одна из букв р, с, т, у, л, х. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «стул»?

Уровень С.

C8. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Задания для экзаменуемого состоят из теоретической и практической частей.

Теоретическая часть. Студенты отвечают на устные вопросы по всему курсу математики

1. Действительные числа.
2. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.
3. Степень с рациональным и действительным показателями свойства
4. Степенная функция, ее свойства и график
5. Показательная функция, ее свойства и график
6. Логарифмы. Свойства логарифмов
7. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
8. Определение синуса, косинуса и тангенса угла.
9. Знаки синуса, косинуса и тангенса
10. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла.
11. Тригонометрические тождества.
12. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$
13. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла
14. Тригонометрические тождества.
15. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$
16. Уравнение $\cos x = a$.
17. Уравнение $\sin x = a$.
18. Уравнение $tg x = a$
19. Свойства функции $y = \cos x$ и ее график.
20. Свойства функции $y = \sin x$ и ее график.
21. Свойства функции $y = tg x = a$ и ее график
22. Обратные тригонометрические функции
23. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
24. Производная.
25. Правила дифференцирования.
26. Геометрический смысл производной
27. Первообразная.
28. Формула Ньютона-Лейбница.
29. Табличное и графическое представление данных.
30. Числовые характеристики рядов данных.

31. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества.
32. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений.
33. Формула бинома Ньютона.
34. Свойства биномиальных коэффициентов.
35. Треугольник Паскаля.
36. Элементарные и сложные события.
37. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события
38. Понятие о независимости событий.
39. Вероятность и статистическая частота наступления события.
40. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом.
41. Параллельные прямые в пространстве
42. Параллельность прямой и плоскости
43. Угол между прямыми.
44. Угол между двумя прямыми
45. Признак параллельности плоскостей.
46. Свойства параллельных плоскостей.
47. Тетраэдр.
48. Параллелепипед
49. Перпендикулярные прямые в пространстве.
50. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.
51. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
52. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости
53. Теорема о трех перпендикулярах.
54. Угол между прямой и плоскостью.
55. Двугранный угол.
56. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
57. Прямоугольный параллелепипед
58. Понятие многогранника.
59. Призма.
60. Площадь поверхности призмы
61. Пирамида. Правильная пирамида.
62. Усеченная пирамида.
63. Площадь поверхности усеченной пирамиды
64. Объем прямой призмы.
65. Объем цилиндра.
66. Объем наклонной призмы.
67. Объем пирамиды.

68. Объем конуса

69. Объем шара

Критерии оценки сформированности

знаний:

значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Оценка тестирования

Максимально по тесту можно набрать 25 баллов.

Практическое задание оценки сформированности умений:

выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

находить производные элементарных функций;

использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;

анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач

4) – 15.

A1. Вычислите $\sqrt{4-\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4+\sqrt{7}}$.

1) 3; 2) 4; 3) 11; 4) –3.

A2. Вычислите $\left(\frac{1}{10}\right)^{-3} + 1000^{\frac{2}{3}}$.

1) 1010; 2) 1100; 3) 110; 4) 200.

A3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x$, $y = 0$,
 $x = 1$, $x = 3$;

1) $7\frac{2}{3}$; 2) $7\frac{1}{3}$; 3) $3\frac{1}{7}$; 4) $-\frac{4}{3}$.

A4. Вычислите $\frac{\sqrt[4]{162} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt[4]{8}}$.

1) 12; 2) 6; 3) 8; 4) $3\sqrt{2}$.

A5. Решите уравнение $\sqrt[3]{x^3 - 7} = 1$.

1) 2 и – 2; 2) 2; 3) – 2; 4) корней нет.

A6. Найдите произведение корней уравнения $2^{x^2+2} = 8$.

1) 0; 2) – 1; 3) 1; 4) 2.

A7. Укажите множество решений неравенства $4^{2-3x} < 0,25$.

1) $(1; +\infty)$; 2) $(-\infty; -1)$; 3) $(3; +\infty)$; 4) $(-\infty; 3)$.

A8. Найдите наибольшее целое решение неравенства $\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)^{4x+2} < \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)^{6x+4}$.

1) – 1; 2) – 2; 3) 0; 4) 1.

B1. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} + x = 4$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

B2. Решите уравнение $5^{4x+1} + 4 \cdot 5^{2x} = 1$. В ответе укажите корень уравнения или произведение корней, если их несколько.

B3. Решите неравенство $50 \cdot 5^{3-x} - 2 \cdot 5^{x-3} > 0$. Укажите наибольшее целое решение неравенства..

C1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x^2 + 1$,
 $y = -x^2 + 4$.

C2. Найдите нули функции $y = 5^{2+\sqrt{x+3}} - 10 \cdot 5^{\sqrt{x+3}} - 75$.

C3. Решите неравенство $\sqrt{x+18} \leq 2 - x$.

2 вариант

A1. Для функции $y = \frac{2}{\sin^2 3x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{6}; 3\right)$.

- 1) $3 - \frac{2}{3} \operatorname{ctg} 3x$; 2) $3 - 2 \operatorname{ctg} 3x$; 3) $3 - \frac{1}{3} \operatorname{ctg} 3x$; 4) $3 + \frac{2}{3} \operatorname{tg} 3x$.

A2. Вычислите $\sqrt[3]{9 \cdot 375}$;

- 1) 35; 2) 10; 3) 15; 4) -15.

A3. Вычислите $\sqrt{\sqrt{65} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{65} + 7}$.

- 1) 3; 2) 4; 3) 11; 4) 58.

A4. Вычислите $25^{\frac{1}{2}} + 0,25^{-\frac{1}{2}}$.

- 1) 7; 2) 10; 3) 5,2; 4) 5,5.

A5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x$, $y = 0$, $x = -5$, $x = -1$;

- 1) $3\frac{2}{3}$; 2) $30\frac{1}{3}$; 3) $30\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{40}{3}$.

A6. Вычислите $\frac{\sqrt[3]{160} \cdot \sqrt[6]{4}}{\sqrt[6]{25}}$.

- 1) 10; 2) $5\sqrt{2}$; 3) 12; 4) 4.

A7. Решите уравнение $\sqrt[3]{19 - x^3} = 3$.

- 1) 2 и -2; 2) 2; 3) -2; 4) $\sqrt[3]{16}$.

A8. Найдите произведение корней уравнения $3^{x^2-9} = \frac{1}{3}$.

- 1) -16; 2) 8; 3) -8; 4) 16.

A9. Укажите множество решений неравенства $5^{3-4x} < 0,2$.

- 1) $(0,5; +\infty)$; 2) $(-0,5; +\infty)$; 3) $(1; +\infty)$; 4) $(-\infty; 1)$.

A10. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^{x-2} < \left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^{3-x}.$$

- 1) -1 ; 2) -2 ; 3) 2 ; 4) 3 .

B1. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 + 6x + 1} + x = 7$. В ответе укажите корень уравнения или произведение корней, если их несколько.

B2. Решите уравнение $3^{4x-1} + 3^{2x} - 6 = 0$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

B3. Решите неравенство $18 \cdot 3^{2-x} - 2 \cdot 3^{x-2} > 0$. Укажите наибольшее целое решение неравенства.

C1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1$,
 $y = -0,5x^2 + 7$.

C2. Найдите нули функции $y = 3^{\sqrt{x-2}+3} - 25 \cdot 3^{\sqrt{x-2}} - 18$.

C3. Решите неравенство $\sqrt{7+x} \geq 7 - 2x$.

Критерии оценки сформированности умений:

выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

находить производные элементарных функций;

использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков; применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
 изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
 составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
 решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
 вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
 распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
 описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
 анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
 изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
 строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
 решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
 использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
 проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач

№	Наименование параметра качества	Критерии оценки	Количество баллов
1	выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения	Выполнены верно, в соответствии с заданием	15
		Выполнены частично	10
		не выполнены	0
2	находить значения корня,	Выполнены верно	15

	степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;	Выполнены частично	10
		не Выполнены	0
3	выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций	Выполнены верно	15
		частично	10
		не выполнены	0
4	вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции	выполнены верно	15
		частично	10
		не выполнены	0
5	определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках	Определены верно	15
		частично	10
		не определены	0
6	строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций	Построены верно	
		частично	
		Не построены	
7	использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин	Использовано верно	
		Использовано частично	
		Не использовано	
8	находить производные элементарных функций	Нашли верно	
		частично нашли	
		Не нашли	

9	использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков	использовано верно	
		частично использовано	
		Не использовано	
10	применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения	Применили верно	
		частично применили	
		Не применили	
11	вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла	вычислили верно	
		частично вычислили	
		Не вычислили	
12	решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы	решили верно	
		решили частично	
		Не решили	
13	использовать графический метод решения уравнений и неравенств	использовано верно	
		частично использовано	
		Не использовано	
14	изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными	изобразили верно	
		изобразили частично	
		Не изобразили	
15	составлять и решать	Составили верно	

	уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах	частично составили	
		Не составили	
16	решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул	Решили верно	
		Решили частично	
		Не решили	
17	вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов	выполнено верно	
		выполнено частично	
		Не выполнено	
18	распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями	выполнено верно	
		выполнено частично	
		Не выполнено	
19	описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении	выполнено верно	
		частично выполнено	
		Не выполнено	
20	анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве	Анализировали верно	
		Анализировали частично	
		Не анализировали	
21	изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач	Изобразили верно	
		Частично изобразили	
		Не изобразили	

22	строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды	построили верно	
		Частично построили	
		Не построили	
23	решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);	Решили верно	
		Решили частично	
		Не решили	
24	использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	Использовали верно	
		использовали частично	
		Не использовали	
25	проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	Провели верно	
		Провели частично	
		Не провели	
Итого максимальное количество баллов:			75
Всего вместе с тестом максимальное количество баллов:			100

Таблица
ИТОВОВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ Педагогика

№	ФИО обучающегося	Показатели					Итого	Оценка
		Тестирование	Определены педагогические возможности различных методов, приемов, методик, форм организации	Проанализирована педагогическая деятельность, педагогические факты и явления	Найдена и проанализирована информация, необходимая для решения профессиональных педагогических проблем, повышения	Оrientируется в современных проблемах образования		
	Максимальное количество баллов	25	15	15	15	15	15	100
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
7.								
8.								
9.								
10.								
11.								
12.								
13.								
14.								
15.								
16.								
17.								

18.									
19.									
20.									
21.									
22.									
23.									
24.									
25.									
26.									
27.									
28.									
29.									
30.									
31.									

Преподаватель