

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
Самарской области  
«Новокуйбышевский гуманитарно-технологический колледж»

**КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по оценке освоения итоговых образовательных результатов учебной  
дисциплины  
**ЕН.01 Математика**  
программы подготовки специалистов среднего звена  
специальности **40.02.01 Право и организация социального обеспечения**

ОДОБРЕНО  
на заседании ПЦК  
Председатель ПЦК ОГСЭД  
Н.В. Баннова

СОГЛАСОВАНО  
1-й зам. директора  
О.С. Макарова

**Разработчик:**

ГАПОУ «НГТК» преподаватель Фролова И.Г.

**Рецензенты:**

ГАПОУ «НГТК» председатель ПЦК Н.В. Баннова

(место работы) (занимаемая должность) (ФИО)

\_\_\_\_\_ (ФИО)  
(место работы) (занимаемая должность) (ФИО)

| Дата<br>актуализации | Результат актуализации | Подпись<br>разработчика |
|----------------------|------------------------|-------------------------|
|                      |                        |                         |
|                      |                        |                         |
|                      |                        |                         |

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| <b>1. Пояснительная записка</b>   | 4  |
| <b>2. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств</b>                | 5  |
| <b>2.1. Предметы оценивания</b>   | 5  |
| <b>2.2. Требования к деятельности обучающегося по знаниям и умениям</b> | 5  |
| <b>2.3. Объекты оценки</b>  | 6  |
| <b>3. Инструментарий оценки</b>   | 7  |
| Практическое задание оценки сформированности знаний                     | 7  |
| Задание 1 Тестирование  | 8  |
| Вариант 1   | 8  |
| Вариант 2   | 13 |
| Условия выполнения задания  | 18 |
| Эталон ответов  | 19 |
| Критерии оценки сформированности знаний                                 | 20 |
| Практическое задание оценки сформированности умений                     | 21 |
| Задание 2. Комплексное практическое задание                             | 22 |
| Вариант 1   | 22 |
| Вариант 2   | 22 |
| Условия выполнения задания  | 25 |
| Эталон выполнения задания   | 26 |
| Критерии оценки сформированности  | 29 |
| Таблица итоговых результатов по освоению дисциплины                     | 30 |

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для оценки освоения итоговых образовательных результатов дисциплины ЕН.01 **Математика** специальности среднего профессионального образования **40.02.01 Право и организация социального обеспечения**

Обучающийся, завершивший обучение по дисциплине должен обладать знаниями и умениями, соответствующими требованиям ФГОС СПО.

Нормативными основаниями проведения оценочной процедуры являются требования ФГОС СПО по специальности **40.02.01 Право и организация социального обеспечения**, утвержденного приказом министерства образования и науки Российской Федерации от 12.05.2014 г. № 508 рабочей программы профессионального модуля, Положение о текущем контроле знаний, промежуточной аттестации и переводе обучающихся на следующий курс, утвержденное приказом по ГАПОУ «НГТК» от «09» июля 2016 г. № 178-У.

Формой проведения оценочной процедуры является **д.зачет**, который проводится непосредственно после завершения обучения по дисциплине в форме выполнения теста и серии практических заданий по дисциплине.

Для положительного заключения по результатам оценочной процедуры по дисциплине установлен показатель, при котором принимается решение:

- оценка 3 «удовлетворительно» не менее 70 % выполнения задания;
- оценка 4 «хорошо» не менее 85%;
- оценка 5 «отлично» не мене 95 %.

## 2. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 2.1. Предметы оценивания:

#### уметь:

решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

знать:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики.

ПК 1.4. Осуществлять установление (назначение, перерасчет, перевод), индексацию и корректировку пенсий, назначение пособий, компенсаций и других социальных выплат, используя информационно-компьютерные технологии

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

### 2.2. Требования к деятельности обучающегося по знаниям и умениям

| Требования к знаниям и умениям  | Показатели оценки результата |
|---|------------------------------|
| Знать значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы   | 1.Тестирование               |
| Знать основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности   |                              |
| Знать основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики |                              |

|  |   |
|--|---|
| Уметь решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности | 2. Комплексное практическое задание, включающее в себя:<br>– решение ситуационных задач |
|--|---|

### 2.3. Объекты оценки

| Показатели оценки результата        | Объекты оценки                   |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1. Проведение тестирования          | Оценка результатов решения теста |
| 2. Комплексное практическое задание | Оценка продукта деятельности     |

## 3. ИНСТРУМЕНТАРИЙ ОЦЕНКИ

### Практическое задание оценки сформированности знаний:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики.

### Задание 1 Тестирование

#### Вариант 1

#### Блок А

| № п/п  | Задание (вопрос)   | Эталон ответа |                |                            |  |                      |
|--|--|---------------|----------------|----------------------------|--|----------------------|
| Инструкция по выполнению заданий № 1-4: соотнесите содержание столбца 1 с содержанием столбца 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например, |  |               |                |                            |  |                      |
|  | <table border="1"> <thead> <tr> <th>№ задания</th> <th>Вариант ответа</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1-А, 2- Б,3-В.</td> </tr> </tbody> </table>  | № задания     | Вариант ответа | 1                          | 1-А, 2- Б,3-В.   |                      |
| № задания  | Вариант ответа   |               |                |                            |  |                      |
| 1  | 1-А, 2- Б,3-В.   |               |                |                            |  |                      |
| 1  | <p>Установите соответствие между видом неопределенности из I столбца и методами их раскрытия из II столбца</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>I столбец</th> <th>II столбец</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. <math>\frac{\infty}{\infty}</math></td> <td>А. Приведение неопределенности к виду <math>\frac{0}{0}</math><br/>Б. Приведение</td> </tr> </tbody> </table> | I столбец     | II столбец     | 1. $\frac{\infty}{\infty}$ | А. Приведение неопределенности к виду $\frac{0}{0}$<br>Б. Приведение | 1- Г<br>2- В<br>3- А |
| I столбец  | II столбец   |               |                |                            |  |                      |
| 1. $\frac{\infty}{\infty}$   | А. Приведение неопределенности к виду $\frac{0}{0}$<br>Б. Приведение   |               |                |                            |  |                      |

|   |  |  |                              |
|---|--|--|------------------------------|
|   | 2. $\frac{0}{0}$<br>3. $\infty - \infty$   | неопределенности к виду $\frac{\infty}{\infty}$<br>В. Разложение на множители числителя и знаменателя дроби<br>Г. Деление элементов числителя и знаменателя на «старшую» степень   |                              |
| 2 | Установите соответствие между понятием и определением<br><u>Понятие</u><br>1. Квадратная матрица<br>2. Диагональная матрица<br>3. Нулевая матрица<br>4. Обратная матрица   | <u>Определение</u><br>А. Матрица с единицами на главной диагонали.<br>Б. Такая матрица, что $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ .<br>В. Матрица, у которой все элементы вне главной диагонали равны 0.<br>Г. Матрица, все элементы которой равны нулю.<br>Д. Матрица $n$ -го порядка размера $n \times n$ .  | 1- Д<br>2- В<br>3- Г<br>4- Б |
| 3 | Установите соответствие между понятием и определением<br><u>Понятие</u><br>1. Бесконечно малая последовательность<br>2. Бесконечно большая последовательность<br>3. Неубывающая последовательность<br>4. Невозрастающая последовательность | <u>Определение</u><br>А. Если для любого сколь угодно большого числа $M$ найдется такой номер $N$ , что начиная с этого номера ( $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство $ x_n  > M$<br>Б. Если для любого $n$<br>$x_n \geq x_{n+1}$ , т.е.<br>$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n \geq x_{n+1} \geq \dots$<br>В. Если для любого сколь угодно малого положительного числа $\varepsilon$ можно подобрать такой номер $N$ , что начиная с этого номера ( $n \geq N$ ), будет выполнено неравенство $ a_n  < \varepsilon$<br>Г. Если для любого $n$<br>$x_n \leq x_{n+1}$ , т.е.<br>$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq x_{n+1} \leq \dots$<br>Д. Если для любого сколь | 1- В<br>2- А<br>3- Г<br>4- Б |

|   |  |  |                                    |
|---|--|--|------------------------------------|
|   |  | <p>угодно малого числа <math>\varepsilon &gt; 0</math> найдется такое число <math>\delta &gt; 0</math>, что для всех <math>x</math> таких, что <math> x - x_0  &lt; \delta, x \neq x_0</math> выполняется неравенство <math> f(x) - A  &lt; \varepsilon</math></p>   |                                    |
| 4   | <p>Установите соответствие между понятием и определением</p> <p style="text-align: center;"><u>Понятие</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Совместная система уравнений</li> <li>2. Несовместная система уравнений</li> <li>3. Определенная система уравнений</li> <li>4. Неопределенная система уравнений</li> </ol>  | <p style="text-align: center;"><u>Определение</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>А. Система уравнений, свободные члены которой равны 0.</li> <li>Б. Система уравнений, которая не имеет ни одного решения.</li> <li>В. Система уравнений, которая имеет хотя бы одно решение.</li> <li>Г. Система уравнений, которая имеет единственное решение.</li> <li>Д. Система уравнений, которая имеет более одного решения.</li> </ol> | <p>1-В<br/>2-Б<br/>3-Г<br/>4-Д</p> |
| <p>Инструкция по выполнению заданий № 5-20: выберите цифру, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите ее в бланк ответов.</p> |  |  |                                    |
| 5   | <p>Определите, чему равна линейная комбинация матриц <math>2A+B</math>, где <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 &amp; 3 \\ 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>2A+B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 7 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</li> <li>2. <math>2A+B = \begin{pmatrix} 4 &amp; 7 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</li> <li>3. <math>2A+B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 7 \\ 4 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</li> <li>4. <math>2A+B = \begin{pmatrix} -4 &amp; 7 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</li> </ol> |  | 1                                  |
| 6   | <p>Укажите, какая из операций не относится к элементарным преобразованиям матрицы</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Перемена местами строк (столбцов).</li> <li>2. Прибавление к элементам одной строки (столбца) соответствующих элементов другой строки (столбца).</li> <li>3. Транспонирование матрицы.</li> </ol>  |  | 3                                  |



|    |   |   |
|----|---|---|
|    | 4. Умножение строки (столбца) на число, отличное от нуля.   |   |
| 7  | Укажите, чему равен определитель, если какие-либо его строки (столбцы) пропорциональны<br>1. 1.<br>2. 0.<br>3. не вычисляется.<br>4. сумме элементов главной диагонали.   | 2 |
| 8  | Определите, чему равен определитель второго порядка<br>$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$<br>1. 2.<br>2. 11.<br>3. 10.<br>4. -2.  | 4 |
| 9  | Укажите, как называется число 9, если комплексное число $z$ задано в виде $z = b + 9i$<br>1. Действительной частью числа $z$ .<br>2. Мнимой частью числа $z$ .<br>3. Мнимой единицей.<br>4. Аргументом числа $z$ .  | 2 |
| 10 | Зная четыре первых члена последовательности $\{x_n\} = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ , определите формулу ее общего члена<br>1. $x_n = \frac{1}{n-1}$ .<br>2. $x_n = \frac{1}{2n-1}$ .<br>3. $x_n = \frac{1}{1-2n}$ .<br>4. $x_n = \frac{1}{n^2-1}$ . | 2 |
| 11 | Определите, какая из следующих последовательностей ограничена сверху<br>1. 2,4,6,8.<br>2. -1,0,1,2.<br>3. -2,4,-8,16.<br>4. $\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \dots$  | 4 |
| 12 | Укажите, как называется последовательность, все члены которой равны одному и тому же числу<br>1. Невозрастающей.<br>2. Неубывающей.<br>3. Постоянной.<br>4. Строго монотонной.  | 3 |
| 13 | Определите, чему равен предел последовательности  | 3 |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{5n^2 + 7}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 0.</li> <li>2. <math>\infty</math>.</li> <li>3. <math>\frac{3}{5}</math>.</li> <li>4. <math>\frac{2}{7}</math>.</li> </ol>   |   |
| 14 | <p>Определите, какое из отношений под знаком предела представляет собой неопределенность <math>\frac{0}{0}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4n}{2n - 1}</math>.</li> <li>2. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{n^2 - 2n}{n - 2}</math>.</li> <li>3. <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{n^2 - 3n}{n - 1}</math>.</li> <li>4. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{n^2 - 2n}{n - 1}</math>.</li> </ol> | 2 |
| 15 | <p>Определите чему равно значение предела <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 0.</li> <li>2. <math>\infty</math>.</li> <li>3. 6.</li> <li>4. -4.</li> </ol>   | 4 |
| 16 | <p>Укажите, чему равен интеграл <math>\int \frac{(x+1)^2}{x} dx</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{x^2}{2} - 2x + \ln x  + C</math>.</li> <li>2. <math>2x^2 + 2x + \ln\left \frac{1}{x}\right  + C</math>.</li> <li>3. <math>x + 2 + \ln x  + C</math>.</li> <li>4. <math>\frac{x^2}{2} + 2x + \ln x  + C</math>.</li> </ol>   | 4 |
| 17 | <p>Укажите, имеет ли решение система линейных уравнений</p> $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 8, \\ 3x_1 + 15x_2 - 9x_3 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1. \end{cases}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. да, система совместна и определена;</li> <li>2. да, система совместна и неопределена;</li> <li>3. нет, система несовместна</li> <li>4. да, <math>x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 4</math>.</li> </ol>   | 3 |
| 18 | <p>Укажите, как называется система линейных уравнений, свободные члены которой <math>b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0</math></p>  | 3 |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    | 1. Определенной.<br>2. Неопределенной.<br>3. Однородной.<br>4. Неоднородной.   |   |
| 19 | Найдите значение матричного многочлена $f(A)$ , если $f(x) = -2x^2 + 5x + 9$ , $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .<br><br>1. $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$ .<br>2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .<br>3. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ .<br>4. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$ . | 1 |
| 20 | Укажите, какой вид имеет формула интегрирования по частям<br>1. $\int udv = \int vdu - uv$ .<br>2. $\int udv = uv - \int udv$ .<br>3. $\int udv = uv - \int vdu$ .<br>4. $\int udv = \int udv - uv$ .  | 3 |

### Блок Б

| № п/п  | Задание (вопрос)  | Эталон ответа   |
|--|---|---|
| Инструкция по выполнению заданий № 21-25: в соответствующую строку бланка ответов запишите краткий ответ на вопрос, окончание предложения или пропущенные слова. |   |   |
| 221  | С помощью элементарных преобразований над строками приведите к ступенчатому виду матрицу<br>$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ |
| 222  | Решите систему уравнений по формулам Крамера<br>$\begin{cases} x_1 - x_2 = -1, \\ 2x_1 + x_2 = 7. \end{cases}$  | $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x} = 2,$ $x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x} = 3$        |
| 223  | Найдите частную производную $\frac{dz}{dx}$ функции<br>$z = x^2 - 2xy + y^3$  | $2(x - y^2)$  |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 224 | Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$ . Чем вы воспользовались при вычислении предела? | $\frac{5}{3}$ , первый замечательный предел |
| 225 | Найдите $\frac{d^2 z}{dx dy}$ для функции $z = x^4 + 4x^2 y^3 + 7xy + 1$   | $24xy^2 + 7$                                |

Вариант 2

| №<br>п/п   | Задание (вопрос)  | Эталон<br>ответа |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
|--|---|------------------|-------------|-----------------------------|--|-------------------------------|---|------------------------------|---|-----------------------|--|----------------------|--|------------------------------|
| <p>Инструкция по выполнению заданий № 1-4: соотнесите содержание столбца 1 с содержанием столбца 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например,</p> <table border="1" data-bbox="523 398 1198 488"> <thead> <tr> <th>№ задания</th> <th>Вариант ответа</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1-А, 2- Б,3-В.</td> </tr> </tbody> </table> |   |                  | № задания   | Вариант ответа              | 1  | 1-А, 2- Б,3-В.                |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| № задания  | Вариант ответа  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 1  | 1-А, 2- Б,3-В.  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 1  | <p>Установите соответствие между понятием и определением</p> <table border="1" data-bbox="288 539 1316 1041"> <thead> <tr> <th data-bbox="288 539 767 584">I столбец</th> <th data-bbox="767 539 1316 584">II столбец</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="288 584 767 629">1. <math>\frac{\infty}{\infty}</math></td> <td data-bbox="767 584 1316 707">А. Деление элементов числителя и знаменателя на «старшую» степень</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 629 767 719">2. <math>\frac{0}{0}</math></td> <td data-bbox="767 707 1316 808">Б. Приведение неопределенности к виду <math>\frac{\infty}{\infty}</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 719 767 763">3. <math>\infty - \infty</math></td> <td data-bbox="767 808 1316 920">В. Приведение неопределенности к виду <math>\frac{0}{0}</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td data-bbox="767 920 1316 1041">Г. Разложение на множители числителя и знаменателя дроби</td> </tr> </tbody> </table>  | I столбец        | II столбец  | 1. $\frac{\infty}{\infty}$  | А. Деление элементов числителя и знаменателя на «старшую» степень  | 2. $\frac{0}{0}$              | Б. Приведение неопределенности к виду $\frac{\infty}{\infty}$ | 3. $\infty - \infty$         | В. Приведение неопределенности к виду $\frac{0}{0}$               |                       | Г. Разложение на множители числителя и знаменателя дроби   | 1- А<br>2- Г<br>3- В |  |                              |
| I столбец  | II столбец  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 1. $\frac{\infty}{\infty}$   | А. Деление элементов числителя и знаменателя на «старшую» степень   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 2. $\frac{0}{0}$   | Б. Приведение неопределенности к виду $\frac{\infty}{\infty}$   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 3. $\infty - \infty$   | В. Приведение неопределенности к виду $\frac{0}{0}$   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
|  | Г. Разложение на множители числителя и знаменателя дроби  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 2  | <p>Установите соответствие между понятием и определением</p> <table border="1" data-bbox="288 1099 1316 1727"> <thead> <tr> <th data-bbox="288 1099 735 1144">Понятие</th> <th data-bbox="735 1099 1316 1144">Определение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="288 1144 735 1223">1. Ступенчатая матрица</td> <td data-bbox="735 1144 1316 1223">А. Матрица <math>n</math>-го порядка размера <math>n \times n</math>.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 1223 735 1267">2. Обратная матрица</td> <td data-bbox="735 1223 1316 1301">Б. Такая матрица, что <math>A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E</math>.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 1267 735 1346">3. Диагональная матрица</td> <td data-bbox="735 1301 1316 1435">В. Матрица, у которой все элементы вне главной диагонали равны 0.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 1346 735 1391">4. Квадратная матрица</td> <td data-bbox="735 1435 1316 1648">Г. Матрица, в которой крайний элемент каждой строки находится левее крайнего элемента предыдущей строки.</td> </tr> <tr> <td></td> <td data-bbox="735 1648 1316 1727">Д. Матрица с единицами на главной диагонали.</td> </tr> </tbody> </table> | Понятие          | Определение | 1. Ступенчатая матрица      | А. Матрица $n$ -го порядка размера $n \times n$ .  | 2. Обратная матрица           | Б. Такая матрица, что $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ . | 3. Диагональная матрица      | В. Матрица, у которой все элементы вне главной диагонали равны 0. | 4. Квадратная матрица | Г. Матрица, в которой крайний элемент каждой строки находится левее крайнего элемента предыдущей строки. |                      | Д. Матрица с единицами на главной диагонали. | 1- Г<br>2- Б<br>3- В<br>4- А |
| Понятие  | Определение   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 1. Ступенчатая матрица   | А. Матрица $n$ -го порядка размера $n \times n$ .   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 2. Обратная матрица  | Б. Такая матрица, что $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ .   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 3. Диагональная матрица  | В. Матрица, у которой все элементы вне главной диагонали равны 0.   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 4. Квадратная матрица  | Г. Матрица, в которой крайний элемент каждой строки находится левее крайнего элемента предыдущей строки.  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
|  | Д. Матрица с единицами на главной диагонали.  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 3  | <p>Установите соответствие между понятием и определением</p> <table border="1" data-bbox="288 1785 1316 2027"> <thead> <tr> <th data-bbox="288 1785 735 1830">Понятие</th> <th data-bbox="735 1785 1316 1830">Определение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="288 1830 735 1908">1. Бесконечно малая функция</td> <td data-bbox="735 1830 1316 2027" rowspan="3">А. Если для любого сколь угодно большого числа <math>M</math> найдется такой номер <math>N</math>, что начиная с этого номера (<math>n \geq N</math>), будет выполнено</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 1908 735 1986">2. Бесконечно большая функция</td> </tr> <tr> <td data-bbox="288 1986 735 2027">3. Бесконечно малая</td> </tr> </tbody> </table>  | Понятие          | Определение | 1. Бесконечно малая функция | А. Если для любого сколь угодно большого числа $M$ найдется такой номер $N$ , что начиная с этого номера ( $n \geq N$ ), будет выполнено | 2. Бесконечно большая функция | 3. Бесконечно малая   | 1- Б<br>2- Д<br>3- Г<br>4- А |   |                       |  |                      |  |                              |
| Понятие  | Определение   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 1. Бесконечно малая функция  | А. Если для любого сколь угодно большого числа $M$ найдется такой номер $N$ , что начиная с этого номера ( $n \geq N$ ), будет выполнено  |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 2. Бесконечно большая функция  |   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |
| 3. Бесконечно малая  |   |                  |             |                             |  |                               |   |                              |   |                       |  |                      |  |                              |

|   | <p>последовательность</p> <p>4. Бесконечно большая последовательность</p>  | <p>неравенство <math> x_n  &gt; M</math></p> <p>Б. Если <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0</math></p> <p>В. Если для любого сколь угодно малого числа <math>\varepsilon &gt; 0</math> найдется такое число <math>\delta &gt; 0</math>, что для всех <math>x</math> таких, что <math> x - x_0  &lt; \delta, x \neq x_0</math> выполняется неравенство <math> f(x) - A  &lt; \varepsilon</math></p> <p>Г. Если для любого сколь угодно малого положительного числа <math>\varepsilon</math> можно подобрать такой номер <math>N</math>, что начиная с этого номера (<math>n \geq N</math>), будет выполнено неравенство <math> a_n  &lt; \varepsilon</math></p> <p>Д. Если <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty</math></p> |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
|---|--|---|------------|--------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|---|-------------------------------|--|--|--|---|
| 4   | <p>Соотнесите название свойств из I столбца с их математическим выражением из II столбца</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">I столбец</th> <th style="text-align: center;">II столбец</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. Ассоциативность</td> <td>А. <math>A \cdot B \neq B \cdot A</math></td> </tr> <tr> <td>2. Дистрибутивность</td> <td>Б. <math>A + B = B + A</math></td> </tr> <tr> <td>3. Коммутативность</td> <td>В. <math>\lambda(A \cdot B) = \lambda A \cdot \lambda B</math></td> </tr> <tr> <td>4. Отсутствие коммутативности</td> <td>Г. <math>(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Д. <math>(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C</math></td> </tr> </tbody> </table> | I столбец   | II столбец | 1. Ассоциативность | А. $A \cdot B \neq B \cdot A$ | 2. Дистрибутивность | Б. $A + B = B + A$ | 3. Коммутативность | В. $\lambda(A \cdot B) = \lambda A \cdot \lambda B$ | 4. Отсутствие коммутативности | Г. $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$ |  | Д. $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ | <p>1- Г</p> <p>2- Д</p> <p>3- Б</p> <p>4- А</p> |
| I столбец   | II столбец   |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 1. Ассоциативность  | А. $A \cdot B \neq B \cdot A$  |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 2. Дистрибутивность   | Б. $A + B = B + A$   |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 3. Коммутативность  | В. $\lambda(A \cdot B) = \lambda A \cdot \lambda B$  |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 4. Отсутствие коммутативности   | Г. $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$   |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
|   | Д. $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$   |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| <p>Инструкция по выполнению заданий № 5-20: выберите цифру, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите ее в бланк ответов.</p> |  |   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 5   | <p>Определите, чему равна линейная комбинация матриц <math>A + 2B</math>, где <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>1. <math>2A + B = \begin{pmatrix} -2 &amp; 0 \\ -1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>2. <math>2A + B = \begin{pmatrix} -5 &amp; 6 \\ 5 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>3. <math>2A + B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 4 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>4. <math>2A + B = \begin{pmatrix} 4 &amp; 4 \\ 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>.</p>  | 2   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |
| 6   | <p>Укажите, какая система уравнений называется неопределенной</p>  | 4   |            |                    |                               |                     |                    |                    |   |                               |  |  |  |   |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Система уравнений, которая не имеет ни одного решения.</li> <li>2. Система уравнений, которая имеет хотя бы одно решение.</li> <li>3. Система уравнений, которая имеет единственное решение.</li> <li>4. Система уравнений, которая имеет более одного решения.</li> </ol>   |   |
| 7  | <p>Укажите, как изменится определитель, если две его строки (столбца) поменять местами</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. не изменится.</li> <li>2. изменит знак.</li> <li>3. будет равным 0.</li> <li>4. будет равным 1.</li> </ol>  | 2 |
| 8  | <p>Определите, чему равен определитель второго порядка</p> $A = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 2.</li> <li>2. 11.</li> <li>3. 6.</li> <li>4. -2.</li> </ol>   | 3 |
| 9  | <p>Укажите, какой вид имеет тригонометрическая форма комплексного числа <math>z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i</math>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ</math>.</li> <li>2. <math>3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)</math>.</li> <li>3. <math>2(\sin 30^\circ - i \cos 30^\circ)</math>.</li> <li>4. <math>\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ</math>.</li> </ol> | 1 |
| 10 | <p>Зная пять первых членов последовательности <math>\{x_n\} = 2, 5, 10, 17, 26</math>, определите формулу ее общего члена</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>x_n = n - 1</math>.</li> <li>2. <math>x_n = n + 1</math>.</li> <li>3. <math>x_n = n^2 + 1</math>.</li> <li>4. <math>x_n = n^2 - 1</math>.</li> </ol>   | 3 |
| 11 | <p>Определите, какая из следующих последовательностей ограничена снизу</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 0, -1, -2, -3.</li> <li>2. -1, 0, 1, 2.</li> <li>3. -2, 4, -8, 16.</li> <li>4. <math>\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \dots</math></li> </ol>   | 2 |
| 12 | <p>Бросается одновременно две игральные кости. Укажите, какова вероятность, что сумма выпавших очков не больше 6:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{5}{12}</math>.</li> </ol>  | 1 |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    | 2. $\frac{5}{6}$ .<br>3. $\frac{7}{12}$ .<br>4. $\frac{4}{9}$ .  |   |
| 13 | Определите, чему равен предел последовательности<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + n - 2}{6n^2 - 7}$ 1. 0.<br>2. $\infty$ .<br>3. $\frac{2}{7}$ .<br>4. $\frac{2}{3}$ .   | 4 |
| 14 | Определите, какое из отношений под знаком предела<br>представляет собой неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$<br>1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4n}{2n - 1}$ .<br>2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{n^2 - 2n}{n - 2}$ .<br>3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{n^2 - 3n}{n - 1}$ .<br>4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{n^2 - 2n}{n - 1}$ . | 1 |
| 15 | Определите чему равно значение предела $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x - 5}{x^2 - 25}$<br>1. 0.<br>2. $\infty$ .<br>3. 0,4.<br>4. $\frac{1}{5}$ .   | 3 |
| 16 | Найдите интеграл $\int \cos 3x dx$<br>1. $\sin 3x + C$ .<br>2. $\cos 3x + C$ .<br>3. $\frac{1}{3} \sin 3x + C$ .<br>4. $\frac{1}{3} \cos 3x + C$   | 3 |
| 17 | Укажите, имеет ли решение система линейных уравнений<br>$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -2x_1 - 2x_3 = 3. \end{cases}$ 1. да, система совместна и определена;<br>2. нет, система несовместна  | 2 |



|    |  |   |
|----|--|---|
|    | 3. да, система совместна и неопределенна;<br>4. да, $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 4$ .  |   |
| 18 | Укажите, как называется система линейных уравнений, свободные члены которой $b_1 \neq b_2 \neq \dots \neq b_m \neq 0$<br>1. Определенной.<br>2. Неопределенной.<br>3. Однородной.<br>4. Неоднородной.  | 4 |
| 19 | Найдите значение матричного многочлена $f(A)$ , если $f(x) = 2x^2 - 3x + 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .<br>1. $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$ .<br>2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .<br>3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ .<br>4. $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$ . | 3 |
| 20 | Найдите интеграл $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$<br>1. $\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x + C$ .<br>2. $-(\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x) + C$ .<br>3. $-\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x + C$ .<br>4. $\operatorname{tg}x - \operatorname{ctg}x + C$   | 2 |

### Блок Б

| №<br>п/п   | Задание (вопрос)   | Эталон ответа  |
|--|--|--|
| Инструкция по выполнению заданий № 21-25: в соответствующую строку бланка ответов запишите краткий ответ на вопрос, окончание предложения или пропущенные слова. |  |  |
| 221  | С помощью элементарных преобразований над строками приведите к ступенчатому виду матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}$ . | $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$        |
| 222  | Решите систему уравнений по формулам Крамера<br>$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$  | $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x} = 1,$ $x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x} = 2$ |
| 223  | Найдите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$ . Чем вы   | $e^k$ , второй замечательный   |

|     | воспользовались при вычислении предела?  | предел   |
|-----|--|--|
| 224 | Вычислите $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . | $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ |
| 225 | Найдите $\frac{d^3 z}{dx^3}$ для функции $z = x^4 + 5y^3 + 3x - y$   | $24x$  |

**Условия выполнения задания:**

**Расходные материалы**

– Лист ответов на тест

ФИО обучающегося \_\_\_\_\_

Вариант № \_\_\_\_\_

- |        |    |        |
|--------|----|--------|
| 1. 1 – |    | 2. 1 – |
| 2 –    |    | 2 –    |
| 3 –    |    | 3 –    |
| 3. 1 – |    | 4. 1 – |
| 2 –    |    | 2 –    |
| 3 –    |    | 3 –    |
| 5      | 6  | 7      |
| 8      | 9  | 10     |
| 11     | 12 | 13     |
| 14     | 15 | 16     |
| 17     | 18 | 19     |
| 20     |    | 21     |
| 22     |    | 23     |
| 24     |    | 25     |

Набрано баллов:

**Оборудование**

ручка

## Эталон ответов

ФИО обучающегося Иванов Иван Иванович

Вариант № 1

- |     |   |     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|-----|---|
| 1.  | 1- г                                      | 2.  | 1 - д   |     |   |
|     | 2- в                                      |     | 2 - в   |     |   |
|     | 3- а                                      |     | 3 - г   |     |   |
|     |   |     | 4 - б   |     |   |
| 3.  | 1 – в                                     | 4.  | 1 - в   |     |   |
|     | 2 – а                                     |     | 2 - б   |     |   |
|     | 3 – г                                     |     | 3 - г   |     |   |
|     | 4 - б                                     |     | 4 - д   |     |   |
| 5.  | 1   | 6.  | 3   | 7.  | 2 |
| 8.  | 4   | 9.  | 2   | 10. | 2 |
| 11. | 4   | 12. | 3   | 13. | 3 |
| 14. | 2   | 15. | 4   | 16. | 4 |
| 17. | 3   | 18. | 3   | 19. | 1 |
| 20. | 3   |     |   |     |   |
|     |   | 21. | $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ |     |   |
| 22. | $x_1=2, x_2=3$                            | 23. | $2(x-y^2)$  |     |   |
| 24. | $\frac{5}{3}$ , 1-ый замечательный предел | 25. | $24xy^2+7.$   |     |   |

Набрано баллов: 25

ФИО обучающегося Иванов Иван Иванович

Вариант № 2

- |     |  |     |   |     |   |
|-----|--|-----|---|-----|---|
| 1.  | 1- а   | 2.  | 1 - г   |     |   |
|     | 2- г   |     | 2 - б   |     |   |
|     | 3- в   |     | 3 - в   |     |   |
|     |  |     | 4 - а   |     |   |
| 3.  | 1 - б  | 4.  | 1 - г   |     |   |
|     | 2 - д  |     | 2 - д   |     |   |
|     | 3 - г  |     | 3 - б   |     |   |
|     | 4 - а  |     | 4 - а   |     |   |
| 5.  | 2  | 6.  | 4   | 7.  | 2 |
| 8.  | 3  | 9.  | 1   | 10. | 3 |
| 11. | 2  | 12. | 1   | 13. | 4 |
| 14. | 1  | 15. | 3   | 16. | 3 |
| 17. | 2  | 18. | 4   | 19. | 3 |
| 20. | 2  |     |   |     |   |
|     |  | 21. | $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |     |   |
| 22. | $x_1=1, x_2=2$                                 | 23. | $e^k$ , 2-ый замечательный  |     |   |
| 24. | $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ | 25. | $24x.$  |     |   |

Набрано баллов: 25

### Критерии оценки сформированности знаний:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;

- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики.

Оценка тестирования

Максимально по тесту можно набрать 25 баллов.

## Практическое задание оценки сформированности умений:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

### Задание 2. Комплексное практическое задание

#### Вариант 1

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:

- 1) По формулам Крамера.
- 2) Методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

2. Найдите производные функций:

- 1)  $y = \frac{x^3-3}{\operatorname{arctg}x}$ ;
- 2)  $y = \sqrt{\ln(1+x^2)}$ ;
- 3)  $y = 10^{3-\ln 3x}$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x - x^2 \text{ и } y = -x.$$

4. В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.

5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:

- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3x^2}{4-2x^2}$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{2x^2}$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-x}$ .

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{x^2}{x-1}.$$

#### Вариант 2

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:

- 1) По формулам Крамера.
- 2) Методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + y + 4z = -3, \\ 7x - 5y + z = 0, \\ 4x + y - z = 7 \end{cases}$$

2. Найдите производные функций:

- 1)  $y = \frac{2^x}{\ln x - 1}$ ;
- 2)  $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x^4}}$ ;
- 3)  $y = \sin^5(1 - x^3)$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 \text{ и } y = 2 - x^2.$$

4. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-6x+7x^3}{3-3x^3}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-2x-15}{\sqrt{x}-1-2}$ .

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

### Вариант 3

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:

1) По формулам Крамера.

2) Методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 7z = 9, \\ 3x + 7y + 6z = 2, \\ 4x + 2y + z = -4 \end{cases}$$

2. Найдите производные функций:

1)  $y = \frac{2-x}{x^2+\sqrt[5]{x}}$ ;

2)  $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x^4}}$ ;

3)  $y = 3\ln^5(1-x^3)$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = x^2 - 2x.$$

4. Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4+2x^2-3}{1-2x^4}$ ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{2x^2-x-1}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{3+2x-x^2}$

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

### Вариант 4

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:

1) По формулам Крамера.

2) Методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - y + 1z = 4 \\ 2x - 5y - 3z = -17 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

2. Найдите производные функций:

1)  $y = \frac{4+x^3}{\operatorname{ctgx}-x}$ ;

2)  $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$ ;

3)  $y = (2x^2 - 3x) \cos 5x$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = x^2$  и  $y = 2 - x^2$ .
4. В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартных.
5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:
- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4x}{1 + 15x - x^3}$ ;
  - 2)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ ;
  - 3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2-x}}{x^2 + 5x - 6}$ .
6. Исследуйте функцию и постройте ее график:  

$$y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

#### Вариант 5

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:
- 1) По формулам Крамера.
  - 2) Методом Гаусса.
- $$\begin{cases} x - 3y - 5z = 6, \\ 2x - y + z = 8, \\ 3x + y - 7z = -4 \end{cases}$$
2. Найдите производные функций:
- 1)  $y = \frac{e^x}{1-x^2}$ ;
  - 2)  $y = \left(x^5 - 3x + \frac{1}{x}\right)^4$ ;
  - 3)  $y = \log_5 x \cdot \arccos x$ .
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = x^2 - 3x + 4$  и  $y = x + 1$
4. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.
5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:
- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x + 1}{3 + x - 2x^2}$ ;
  - 2)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}$ ;
  - 3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + x}{x^2 - 1}$
6. Исследуйте функцию и постройте ее график:  

$$y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$$

#### Вариант 6

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:
- 1) По формулам Крамера.
  - 2) Методом Гаусса.
- $$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 4x - 7y - 6z = -8 \\ 7x - 10y - 5z = -2 \end{cases}$$
2. Найдите производные функций:
- 1)  $y = \frac{x^3 - 6x + 1}{\ln x}$ ;
  - 2)  $y = 3x^{\sqrt[5]{x-1}}$ ;
  - 3)  $y = \ln^3(\sin 3x)$ .



3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = 4x - x^2$  и  $y = 4 - x$
4. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.
5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталю:
- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^3 + 2x^2}{5 - 2x^4}$ ;
  - 2)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$ ;
  - 3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 + x - 6}$ .

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

Вариант 7

1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:  
 1) По формулам Крамера.  
 2) Методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 6 \\ 3x - 1y + z = 1, \\ 5x + y + 2z = 12 \end{cases}$$

2. Найдите производные функций:

- 1)  $y = \frac{x^4 + 2x^3 + 2x}{\sin x}$ ;
- 2)  $y = (x^3 + 3x^5) \log_3 x$ ;
- 3)  $y = \arctg \sqrt{6x - 1}$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x - x^2 \text{ и } y = 5 - x.$$

4. Среди 60 электрических лампочек три нестандартные. Найти вероятность того, что наудачу взятые последовательно две электролампочки окажутся стандартными.

5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталю:

- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + 3x^2}{5 - 6x - 2x^2}$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x+9} - 5}{x^2 - 6x - 16}$ .

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \ln(2x^2 + 3).$$

**Условия выполнения задания:**

**Расходные материалы**

- Лист задания

**Оборудование**

- тетрадь;
- ручка.

## Эталон выполнения заданий

Вариант 1

**1. Проверьте совместность системы уравнений и в случае совместности решите ее:**

**1) По формулам Крамера.**

**2) Методом Гаусса.**

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Найдем главный определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 2 + 1 + 1 - 1 + 2 = 6 \neq 0$$

следовательно, система совместна и имеет единственное решение.

1) Выпишем матрицу системы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислим определитель  $\Delta x_1$ :

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 1 + 6 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot (-1) - 6 \cdot 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 1 = 2 + 6 - 3 + 6 - 2 - 3 = 6.$$

Вычислим определитель  $\Delta x_2$ :

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 6 \cdot (-1) - 1 \cdot 3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 2 \cdot 1 - 6 \cdot 1 \cdot 1 = 3 + 2 + 12 + 3 + 4 - 6 = 18.$$

Вычислим определитель  $\Delta x_3$ :

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 6 + 3 \cdot 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 3 \cdot 1 - (-2) \cdot 1 \cdot 6 = 6 + 3 - 4 - 2 - 3 + 12 = 12.$$

Найдем решение системы:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{6}{6} = 1; \\ x_2 &= \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{18}{6} = 3; \\ x_3 &= \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{12}{6} = 2. \end{aligned}$$

2) Выпишем расширенную матрицу системы

$$(A|B) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array} \right)$$

Получим нули вместо элементов  $a_{21}=-2$  и  $a_{31}=1$ . Для этого прибавим к элементам второй строки соответствующие элементы первой строки, умноженные на  $(-2)$ ; из элементов третьей строки вычтем соответствующие элементы первой строки:

$$(A|B) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right)$$

Выпишем решение системы, начиная с третьей строки

$$\begin{aligned} 2x_3 &= 4, & x_3 &= 2; \\ 3x_2 - x_3 &= 7, & 3x_2 &= 9, & x_2 &= 3; \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 2, & x_1 &= 1. \end{aligned}$$

Решение системы  $\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = 3, \\ x_3 = 2. \end{cases}$

**2. Найдите производные функций:**

1)  $y = \frac{x^3-3}{\arctg x}$ ;

2)  $y = \sqrt{\ln(1+x^2)}$ ;

3)  $y = 10^{3-\ln 3x}$ .

$$1) y' = \left( \frac{x^3-3}{\arctg x} \right)' = \frac{(x^3-3)' \arctg x - (x^3-3)(\arctg x)'}{\arctg^2 x} = \frac{3x^2 \cdot \arctg x - (x^3-3) \cdot \frac{1}{1+x^2}}{\arctg^2 x} = \frac{3x^2 \cdot \arctg x - \frac{(x^3-3)}{1+x^2}}{\arctg^2 x} = \frac{3x^2 \cdot (1+x^2) \arctg x - (x^3-3)}{(1+x^2) \arctg^2 x}.$$

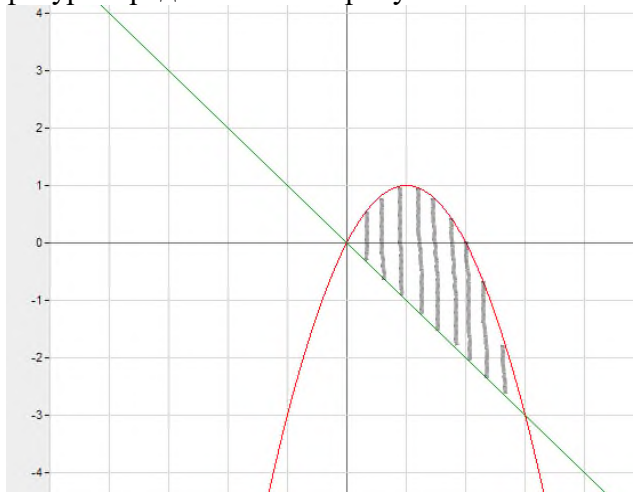
$$2) y' = \left( \sqrt{\ln(1+x^2)} \right)' = (1+x^2)' \cdot (\ln(1+x^2))' \cdot \left( \sqrt{\ln(1+x^2)} \right)' = 2x \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ln(1+x^2)}} = \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{\ln(1+x^2)}}.$$

$$3) y' = (10^{3-\ln 3x})' = (3x)' \cdot (3 - \ln 3x)' \cdot (10^{3-\ln 3x})' = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3x}\right) \cdot 10^{3-\ln 3x} \cdot \ln 10 = \frac{10^{3-\ln 3x} \cdot \ln 10}{x}.$$

**3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:**

$$y_1 = 2x - x^2 \text{ и } y_2 = -x.$$

Графическое изображение фигуры представлено на рисунке.



Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница для вычисления площади фигуры:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 (y_1 - y_2) dx = \int_0^3 (2x - x^2 + x) dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{27}{2} - \frac{27}{3} \\ &= \frac{81}{6} - \frac{54}{6} = \frac{27}{6} = 4,5 \end{aligned}$$

**4. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули 2 шара. Найти вероятность того, что: оба шара белые; черные; белый и черный.**

а) Пусть событие  $A$  = (оба шара белые);

$C_{14}^2$  - число способов, которыми можно извлечь 2 шара из 14;

$C_6^2 \cdot C_8^0$  - число благоприятствующих исходов.

$$P(A) = \frac{C_6^2 \cdot C_8^0}{C_{14}^2} = \frac{15 \cdot 1}{91} = \frac{15}{91} \approx 0,16$$

б) Пусть событие  $B =$  (оба шара черные)

$C_{14}^2$  - число способов, которыми можно извлечь 2 шара из 14;

$C_8^2 \cdot C_6^0$  - число благоприятствующих исходов.

$$P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_6^0}{C_{14}^2} = \frac{28}{91} \approx 0,3$$

в) Пусть событие  $C =$  (извлечены белый и черный шар)

$C_{14}^2$  - число способов, которыми можно извлечь 2 шара из 14;

$C_6^1 \cdot C_8^1$  - число благоприятствующих исходов.

$$P(A) = \frac{C_8^1 \cdot C_6^1}{C_{14}^2} = \frac{48}{91} \approx 0.53$$

## 5. Найдите пределы, не пользуясь правилом Лопиталья:

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3 + 5x^2}{2x^3 - x^2 + 7x}$  ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{2x^2}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ .

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3 + 5x^2}{2x^3 - x^2 + 7x}$

Значения числителя и знаменателя при  $x \rightarrow \infty$  равны  $\infty$ , значит имеем неопределенность  $\frac{\infty}{\infty}$ . Разделим числитель и знаменатель дроби на «старшую» степень –

$x^3$  (ДО выполнения операции предельного перехода):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{x^3} - \frac{x^3}{x^3} + \frac{5x^2}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} - \frac{x^2}{x^3} + \frac{7x}{x^3}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - 1 + \frac{5}{x}}{2 - \frac{1}{x} + \frac{7}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} - \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x^2}} = \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} - \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + 5 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 7 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}} = \frac{0 - 1 + 5 \cdot 0}{2 - 0 + 7 \cdot 0} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{2x^2}$

Значения числителя и знаменателя при  $x=0$  равны 0, значит имеем неопределенность  $\frac{0}{0}$ . Выполним преобразования в числителе дроби (ДО выполнения операции предельного перехода):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(x+3)}{2x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{2} + \frac{3}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

Используя тригонометрическую формулу  $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$ , преобразуем выражение под знаком

предела:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \right)^2 = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2$$

$$= \frac{2}{4} \lim_{\frac{x}{2} \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 = \left[ \text{замена } \frac{x}{2} = y \right] = \frac{2}{4} \lim_{y \rightarrow 0} \left( \frac{\sin y}{y} \right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

6. Исследуйте функцию и постройте ее график:

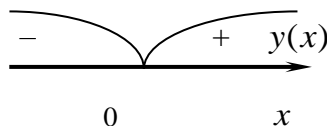
$$y = \frac{x^2}{x-1}.$$

1) Область определения функции:  $x \neq 1$   $D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .

2) Функция ни четная, ни нечетная; непериодическая.

3) Нули функции и интервалы знакопостоянства.

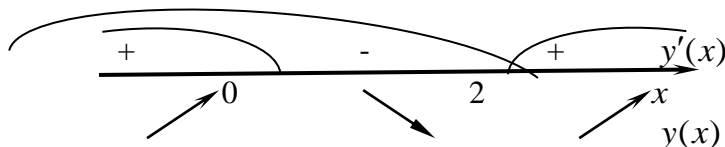
$$y = \frac{x^2}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$



$y(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$ ;  $y(x) > 0$  при  $x \in (0; +\infty)$ ;  $y(0) = 0$ .

4) Интервалы возрастания и убывания функции. Точки экстремумов.

$$y' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2.$$



$y(x)$  убывает при  $x \in (0; 2)$  и возрастает при  $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ ;

$$y_{\max} = y(0) = 0, \quad y_{\min} = y(2) = 4$$

5) Интервалы выпуклости и вогнутости графика функции. Точки перегиба.

$$y'' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2-2x)(x-1) \cdot 2}{(x-1)^4} = \frac{2(x^2-2x+1-x^2+2x)}{(x-1)^3} = \frac{2}{(x-1)^3}$$

Исследуем знак второй производной.

$y(x)$  выпукла тогда и только тогда, когда  $y''(x) < 0 \Rightarrow (x-1)^3 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 1)$

$y(x)$  вогнута тогда и только тогда, когда  $y''(x) > 0 \Rightarrow (x-1)^3 > 0 \Rightarrow x \in (1; +\infty)$

6) Асимптоты графика функции.

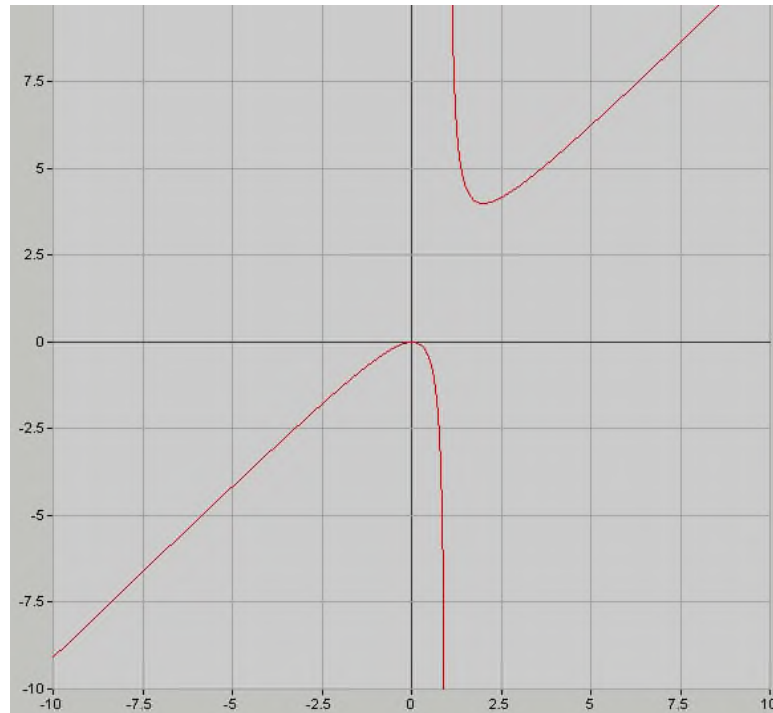
Функция непрерывна всюду, кроме точки  $x = 1$ , в которой она терпит разрыв второго рода, причем  $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2}{x-1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2}{x-1} = +\infty \Rightarrow$  прямая  $x = 1$  - вертикальная асимптота и других вертикальных асимптот нет.

$$k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x-1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = 0 \Rightarrow y = x \text{ -наклонная асимптота.}$$

Т.к.  $k = 0$ , то горизонтальных асимптот нет.

7) Используя результаты исследования, построим график функции.



Варианты 2-7 выполняются аналогично, но с изменениями в соответствии с заданиями и с применением необходимых формул, теорем и правил.

### Критерии оценки сформированности умений:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

| № | Наименование параметра качества        | Критерии оценки                                      | Количество баллов |
|---|--|--|-------------------|
| 1 | Решение систем линейных алгебраических | Выбран верный метод решения, решение системы найдено | 15                |

|   |   |   |     |
|---|---|---|-----|
|   | уравнений                                       | верно   |     |
|   |   | Выбран верный метод решения, решение системы не найдено                   | 10  |
|   |   | Выбран неверный метод решения   | 0   |
| 2   | Вычисление производных функций                  | Производные найдены верно   | 10  |
|   |   | Выбраны верные формулы, производные не найдены                            | 5   |
|   |   | Выбраны неверные формулы  | 0   |
| 3   | Вычисление площади фигуры, ограниченной линиями | Площадь фигуры найдена верно  | 10  |
|   |   | Фигура построена, выбрана верная формула, но площадь не найдена           | 5   |
|   |   | Площадь фигуры не найдена   | 0   |
| 4   | Вычисление вероятности случайного события       | Задача решена верно   | 10  |
|   |   | Выбраны верные формулы, присутствуют ошибки в вычислениях                 | 5   |
|   |   | Задача решена не верно  | 0   |
| 5   | Вычисление предела функции                      | Пределы функций найдены верно   | 15  |
|   |   | Выбраны верные методы вычисления пределов, присутствуют ошибки в расчетах | 10  |
|   |   | Выбраны неверные формулы для вычисления пределов функций                  | 0   |
| 6   | Исследование функции и построение графиков      | Исследование функции проведено в полном объеме, график построен верно     | 15  |
|   |   | Исследование функции проведено частично, график построен верно            | 10  |
|   |   | Исследование функции проведено частично, график не построен               | 0   |
| Итого максимальное количество баллов:                 |   |   | 75  |
| Всего вместе с тестом максимальное количество баллов: |   |   | 100 |



**Таблица  
итоговых результатов по освоению дисциплины Математика**

| №   | ФИО обучающегося               | Показатели   |    |    |    |    |    | Итого | Оценка |
|-----|--------------------------------|--------------|----|----|----|----|----|-------|--------|
|     |                                | Тестирование |    |    |    |    |    |       |        |
|     | Максимальное количество баллов | 25           | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 100   |        |
| 1.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 2.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 3.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 4.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 5.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 6.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 7.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 8.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 9.  |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 10. |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 11. |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |
| 12. |                                |              |    |    |    |    |    |       |        |

|     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 13. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 14. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 15. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 16. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 17. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 18. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 19. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 21. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 22. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 23. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 24. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 25. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 26. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 27. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 28. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 29. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 30. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 31. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Преподаватель